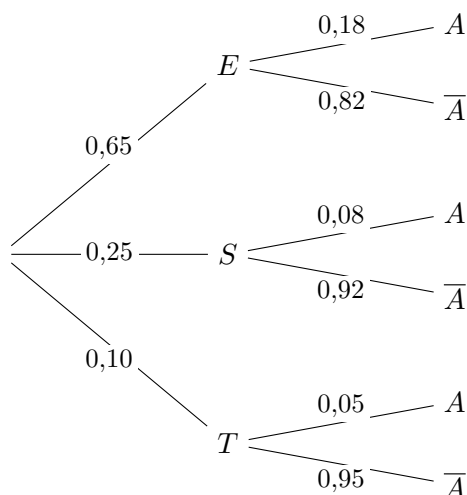


Exercice 1 – Les réservations de l'hôtel du Port

9 points

Partie A – L'arbre des réservations

- 1) $P(T) = 1 - 0,65 - 0,25 = 0,10$; sur chaque nœud du second niveau, la branche vers $\bar{A}$ porte le complément à 1.



- 2) $P(E \cap A) = P(E) \times P_E(A) = 0,65 \times 0,18 = \boxed{0,117}$.

Interprétation : 11,7 % des réservations de l'hôtel ont été faites sur la plateforme et ont été annulées.

- 3) E , S et T sont trois cas qui s'excluent et couvrent toutes les réservations. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(A) = P(E \cap A) + P(S \cap A) + P(T \cap A) = 0,65 \times 0,18 + 0,25 \times 0,08 + 0,10 \times 0,05$$

$$P(A) = 0,117 + 0,02 + 0,005 = \boxed{0,142}.$$

- 4) On cherche la probabilité de E sachant A :

$$P_A(E) = \frac{P(E \cap A)}{P(A)} = \frac{0,117}{0,142} \approx \boxed{0,824}.$$

Plus de huit annulations sur dix concernent des réservations faites sur la plateforme.

Partie B – Encourager la réservation directe

- 5) $P(S) = 0,25 \neq 0$ et $P_S(A) = 0,08$, alors que $P(A) = 0,142$.

Comme $P_S(A) \neq P(A)$, S et A ne sont pas indépendants.

Dans le contexte : savoir qu'une réservation a été faite sur le site de l'hôtel change la probabilité qu'elle soit annulée; ces réservations sont nettement moins souvent annulées (8 %) que l'ensemble des réservations (14,2 %).

- 6) a. Même arbre avec les nouvelles probabilités du premier niveau :

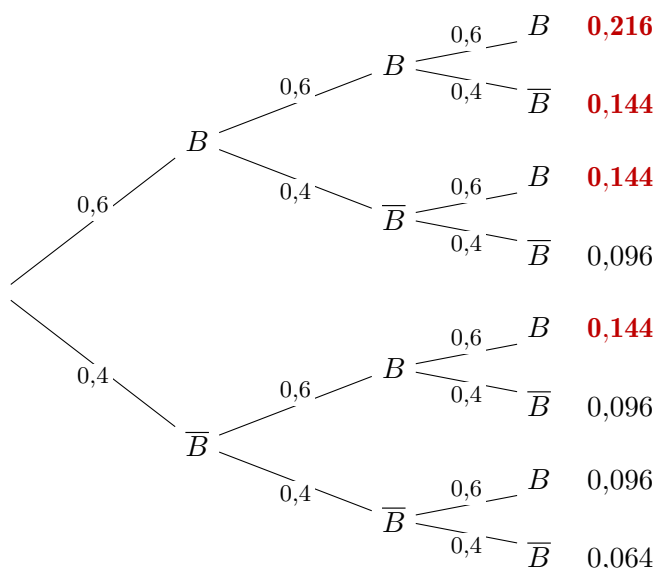
$$P(A) = 0,50 \times 0,18 + 0,40 \times 0,08 + 0,10 \times 0,05 = 0,09 + 0,032 + 0,005 = \boxed{0,127}.$$

- b. Sur 1 000 réservations, la gérante peut s'attendre à environ 127 annulations au lieu de 142 : la remise sur le site permettrait d'éviter en moyenne une quinzaine d'annulations pour 1 000 réservations.

Exercice 2 – Trois soirées en terrasse

5 points

On note B l'évènement « il fait assez beau pour dîner dehors » : $P(B) = 0,6$ et $P(\overline{B}) = 0,4$. Les trois soirs sont trois épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes; on les représente par un arbre (probabilité de chaque chemin à droite).



« Au moins deux soirs dehors » correspond aux chemins comportant deux ou trois B (probabilités en rouge) :

- trois soirs dehors : un seul chemin, $0,6^3 = 0,216$;
- exactement deux soirs dehors : trois chemins ($BB\overline{B}$, $B\overline{B}B$, $\overline{B}BB$), chacun de probabilité $0,6^2 \times 0,4 = 0,144$, soit $3 \times 0,144 = 0,432$.

$$P(\text{au moins deux soirs dehors}) = 0,216 + 0,432 = \boxed{0,648}.$$

Or deux chances sur trois correspondent à $\frac{2}{3} \approx 0,667$, et $0,648 < 0,667$.

Conclusion : l'organisateur se trompe, de peu. La probabilité de dîner dehors au moins deux soirs sur trois est d'environ 0,65 : c'est plus d'une chance sur deux, mais un peu moins de deux chances sur trois.

Exercice 3 – Le dessert au restaurant de l'hôtel

6 points

Question 1 – 3 points

- a. Ligne complétée : `elif loge[k] == 0 and dessert[k] == 1 :`

b. $a + b + c + d$ vaut $\boxed{160}$. La boucle examine une fois chacun des 160 clients, et chaque client entre dans une seule des quatre branches (if, deux elif, else) : il est compté exactement une fois, dans a, b, c ou d (d compte les clients non logés qui n'ont pas pris de dessert, dernier cas possible).

c. `print(a + c)` : on ajoute les clients logés et les clients non logés qui ont pris un dessert.

Le programme complété a été exécuté sur les 160 fiches de la soirée; il affiche 54 18 26 62.

Question 2 – 3 points

a. D'après l'énoncé (ordre d'affichage a b c d) :

	D	$\bar{D}$	Total
L	54	18	72
$\bar{L}$	26	62	88
Total	80	80	160

b. $P_L(D) = \frac{54}{72} = \boxed{0,75}$ et $P_{\bar{L}}(D) = \frac{26}{88} \approx \boxed{0,30}$.

c. Les clients logés à l'hôtel prennent beaucoup plus souvent un dessert (trois sur quatre) que les clients venus de l'extérieur (environ trois sur dix). Réponse attendue, par exemple :
« Les clients de l'hôtel sont déjà acquis au dessert; c'est auprès des clients extérieurs, qui n'en prennent qu'environ trois fois sur dix, que la nouvelle carte a le plus de ventes à gagner. »
Toute réponse argumentée par la comparaison de $P_L(D)$ et $P_{\bar{L}}(D)$ est acceptée (on peut aussi choisir de soigner la clientèle logée, qui consomme le plus).