

Exercice 1 – Un ajustement au jugé

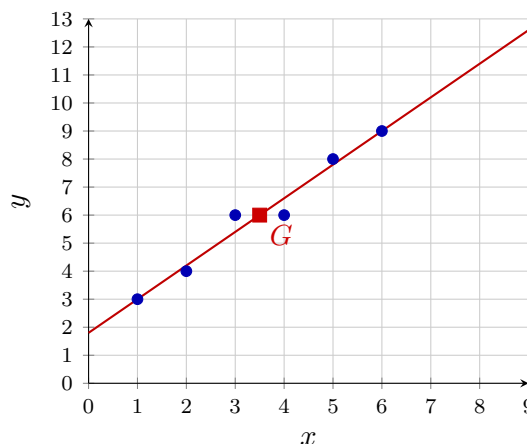
3 points

- 1) Points lus : (1 ; 3), (2 ; 4), (3 ; 6), (4 ; 6), (5 ; 8), (6 ; 9).

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5;$$

$$\bar{y} = \frac{3 + 4 + 6 + 6 + 8 + 9}{6} = \frac{36}{6} = 6.$$

$G(3,5 ; 6)$ (carré rouge).



- 2) Plusieurs réponses sont possibles (ajustement au jugé). **Exemple** : la droite passant par $G(3,5 ; 6)$ et par le point $A(1 ; 3)$ du nuage. Son coefficient directeur est

$$a = \frac{6 - 3}{3,5 - 1} = \frac{3}{2,5} = 1,2,$$

et $3 = 1,2 \times 1 + b$ donne $b = 1,8$: $y = 1,2x + 1,8$.

(Avec la droite passant par G et par (5 ; 8) : $a = \frac{8 - 6}{5 - 3,5} = \frac{4}{3}$ et $y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$, réponse également acceptée.)

- 3) Avec $y = 1,2x + 1,8$: $1,2 \times 8 + 1,8 = 9,6 + 1,8 = 11,4$. (Avec la seconde droite : $\frac{32}{3} + \frac{4}{3} = 12$.)
Toute réponse cohérente avec la droite tracée est acceptée.

Exercice 2 – Le service client d'un opérateur mobile

8 points

Partie A – Le nuage de points

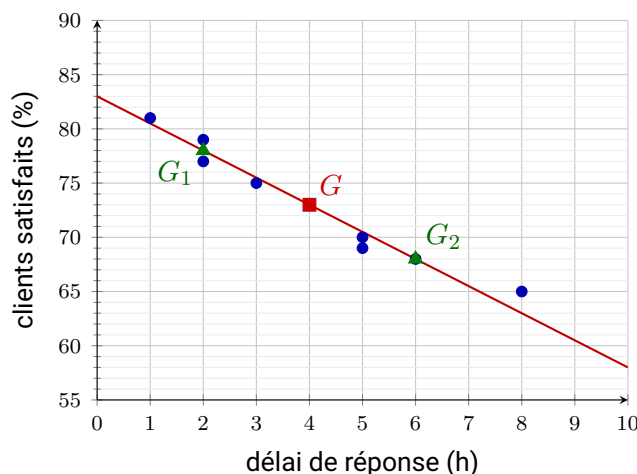
- 1) Nuage ci-contre (points bleus), avec G, G_1, G_2 et la droite de Mayer.

2) $\bar{x} = \frac{3 + 1 + 6 + 2 + 8 + 5 + 2 + 5}{8} =$

$$\frac{32}{8} = 4;$$

$$\bar{y} = \frac{584}{8} = 73 \text{ (somme des huit pourcentages : 584).}$$

$G(4 ; 73)$.



Partie B – La droite de Mayer

- 3) Abscisses rangées : 1 (sem. 2), 2 (sem. 4), 2 (sem. 7), 3 (sem. 1) | 5 (sem. 6), 5 (sem. 8), 6 (sem. 3), 8 (sem. 5).

Groupe 1 : semaines 2, 4, 7 et 1. Groupe 2 : semaines 6, 8, 3 et 5.

$$G_1 \left(\frac{1+2+2+3}{4}; \frac{81+79+77+75}{4} \right) = \boxed{G_1(2; 78)};$$

$$G_2 \left(\frac{5+5+6+8}{4}; \frac{70+69+68+65}{4} \right) = \boxed{G_2(6; 68)}.$$

- 4) Coefficient directeur : $a = \frac{68-78}{6-2} = \frac{-10}{4} = -2,5$. Puis $78 = -2,5 \times 2 + b$, donc $b = 78 + 5 = 83$.

$$(G_1 G_2) : \boxed{y = -2,5x + 83}.$$

- 5) $-2,5 \times 4 + 83 = -10 + 83 = 73$: $G(4; 73)$ appartient à $(G_1 G_2)$. La droite est tracée par G_1 et G_2 .

Partie C – Un objectif de satisfaction

- 6) On résout $-2,5x + 83 \geq 63$:

$$-2,5x \geq -20 \iff x \leq \frac{-20}{-2,5} = 8$$

(on divise par un nombre négatif : le sens de l'inégalité change). D'après la droite de Mayer, pour qu'au moins 63 % des clients soient satisfaits, le délai moyen de réponse ne doit pas dépasser 8 heures.

(Remarque : c'est une estimation; la semaine 5, avec un délai de 8 heures, a obtenu 65 % de satisfaits, au-dessus de la droite : d'autres facteurs que le délai, comme la qualité des réponses, jouent sur la satisfaction.)

Exercice 3 – Les réservations d'une exposition de design

5 points

- 1) $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$ et $\bar{y} = \frac{52+58+63+70+77}{5} = \frac{320}{5} = 64$: point moyen (3; 64).

$6 \times 3 + 46 = 64$: le point moyen appartient à $\mathcal{T}$.

- 2) $6 \times 6 + 46 = \boxed{82}$. Avec une campagne de 6 semaines, on peut s'attendre à environ 82 % de créneaux réservés.

- 3) $6 \times 10 + 46 = 106$: on retrouve bien 106 %.

Un taux de réservation ne peut pas dépasser 100 % : on ne peut pas réserver plus de créneaux qu'il n'en existe. La directrice a prolongé la droite bien au-delà des données (1 à 5 semaines); le modèle affine n'est plus valable, et sa conclusion (ouvrir des créneaux supplémentaires) n'est pas justifiée par ce calcul.

- 4) Pour $x \geq 0$, $6x + 46 \geq 46 > 0$. Et $6x + 46 \leq 100 \iff 6x \leq 54 \iff x \leq 9$. L'ajustement donne un taux entre 0 et 100 % pour une campagne de 0 à 9 semaines.

Les données ne couvrent que des campagnes de 1 à 5 semaines : au-delà, on extrapole. Rien ne

garantit que chaque semaine supplémentaire continue d'ajouter environ 6 points; en approchant de 100 %, les réservations ralentissent forcément (il reste de moins en moins de créneaux libres). Une prévision pour 8 ou 9 semaines reste donc très incertaine.

Exercice 4 — Ce que permet un ajustement (vrai ou faux)

4 points

Affirmation 1. Fausse. $x = 15$ est compris entre les abscisses extrêmes 0 et 20 de la série : on estime une valeur à l'intérieur du domaine des données, c'est une **interpolation**. Une extrapolation concerne une valeur hors de ce domaine.

Affirmation 2. Vraie. Pour tout x : $(2(x + 3) + 10) - (2x + 10) = 6$. Le coefficient directeur vaut 2 : quand x augmente de 3, y augmente de $2 \times 3 = 6$.

Affirmation 3. Fausse. Contre-exemple : le nuage formé des deux points $(0 ; 0)$ et $(2 ; 2)$ a pour point moyen $G(1 ; 1)$. La droite d'équation $y = 1$ passe par G mais par aucun des deux points du nuage.

Affirmation 4. Vraie. Notons n l'effectif de chaque groupe, $G_1(x_1 ; y_1)$ et $G_2(x_2 ; y_2)$. La somme des abscisses du groupe 1 vaut nx_1 , celle du groupe 2 vaut nx_2 , donc

$$\bar{x} = \frac{nx_1 + nx_2}{2n} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \text{et de même} \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Le point moyen G est donc le **milieu** du segment $[G_1G_2]$: il appartient à la droite de Mayer. (On l'a vérifié à l'exercice 2, où $G(4 ; 29,5)$ est le milieu de $G_1(2 ; 24)$ et $G_2(6 ; 35)$.)