

Calculatrice interdite

Exercice 1 – Dérivées en rafale (réponses courtes)

5 points

Pour chaque question, aucune justification n'est demandée : écrire seulement la réponse courte sur la copie.

- 1) f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x + 7$. Donner $f'(x)$.
- 2) g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x^2 + 5x$. Donner $g'(x)$.
- 3) h est définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$. Donner la valeur de $h'(2)$.
- 4) La tangente à la courbe d'une fonction k au point d'abscisse 1 passe par les points de coordonnées $(1; 3)$ et $(3; -1)$. Donner la valeur de $k'(1)$.
- 5) Une fonction m a pour dérivée $m'(x) = (x-1)(x-5)$. Sur l'intervalle $[1; 5]$, la fonction m est-elle croissante ou décroissante ?

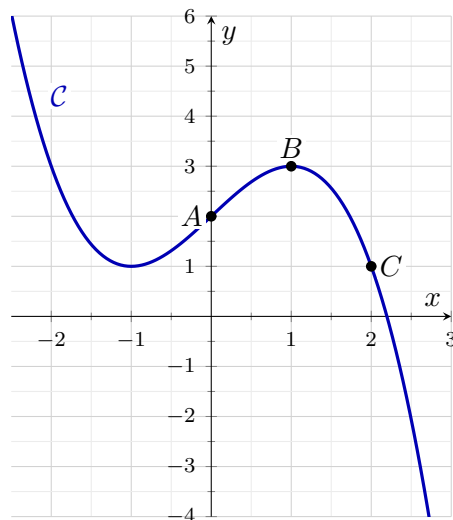
Exercice 2 – Trois tangentes à construire

4 points

La courbe C ci-contre représente une fonction f définie sur $[-2,5; 3]$. Elle passe par les points $A(0; 2)$, $B(1; 3)$ et $C(2; 1)$. On donne :

$$f'(0) = 1,5 \quad f'(1) = 0 \quad f'(2) = -4,5.$$

- 1) Tracer sur la figure les tangentes à C aux points A , B et C (la figure est à rendre avec la copie).
- 2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à C au point A .
- 3) Le point $E(-2; -1)$ appartient-il à cette tangente ? Justifier.



Exercice 3 – La tangente de Noé (copie d'élève)

5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$. On cherche l'équation réduite de la tangente à sa courbe au point A d'abscisse 2. Voici la copie de Noé.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x, \text{ donc } f'(2) = 3 \times 4 - 2 \times 2 = 8.$$

$$f(2) = 2^3 - 2 \times 2^2 + 5 = 5.$$

La tangente a pour équation $y = f(2)(x - 2) + f'(2)$, soit $y = 5(x - 2) + 8$, c'est-à-dire $y = 5x - 2$.

- 1) La dérivée calculée par Noé est fausse. Expliquer son erreur, puis donner l'expression correcte de $f'(x)$ et la valeur de $f'(2)$.
- 2) Noé commet une seconde erreur dans la formule de la tangente. Laquelle ?
- 3) Déterminer l'équation réduite correcte de la tangente au point A .
- 4) Noé aurait pu détecter une erreur sans refaire le calcul, simplement en remplaçant x par 2 dans son équation. Expliquer pourquoi, en une ou deux phrases.

Exercice 4 – La traversée de la scène

6 points

Lors d'un spectacle de danse contemporaine, une danseuse traverse la scène en ligne droite, de la coulisse gauche à la coulisse droite, en 4 secondes. Sa position, en mètres, mesurée depuis la coulisse gauche, est donnée à l'instant t (en secondes) par

$$d(t) = -0,25t^3 + 1,5t^2, \quad t \in [0; 4].$$

- 1) Calculer $d(0)$ et $d(4)$. Quelle est la largeur de la scène ?
- 2) Calculer la vitesse moyenne de la danseuse, en m/s, sur toute la traversée, puis entre les instants $t = 1$ et $t = 3$.
- 3) On a calculé le taux de variation de d entre 2 et $2 + h$ pour des valeurs de h de plus en plus petites :

h	1	0,5	0,1	0,01
$\frac{d(2+h) - d(2)}{h}$	2,75	2,937 5	2,997 5	2,999 975

Ces taux sont les coefficients directeurs de sécantes à la courbe de d . Vers quelle valeur semblent-ils se rapprocher quand h devient très petit ? Que représente cette valeur pour la danseuse ?

- 4) **Question ouverte.** On admet que la vitesse instantanée de la danseuse à l'instant t , en m/s, est égale à $d'(t)$. La chorégraphe affirme : « C'est exactement à mi-parcours que la danseuse va le plus vite, et elle ne dépasse jamais 3 m/s. »

A-t-elle raison ? Justifier la réponse. *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte.*