

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Le juste prix d’une salle d’échappée game

10 points

Une jeune entreprise exploite une salle d’échappée game. Le gérant cherche le prix x , en euros, à faire payer par joueur, avec $10 \leq x \leq 30$. Une étude de marché indique qu’au prix de 10 € la salle accueillerait 400 joueurs par mois, et que chaque euro supplémentaire ferait perdre 20 joueurs par mois. Chaque joueur occasionne 10 € de coûts variables (accueil, remise en état des énigmes), et la salle supporte 1 500 € de charges fixes mensuelles (loyer, assurance).

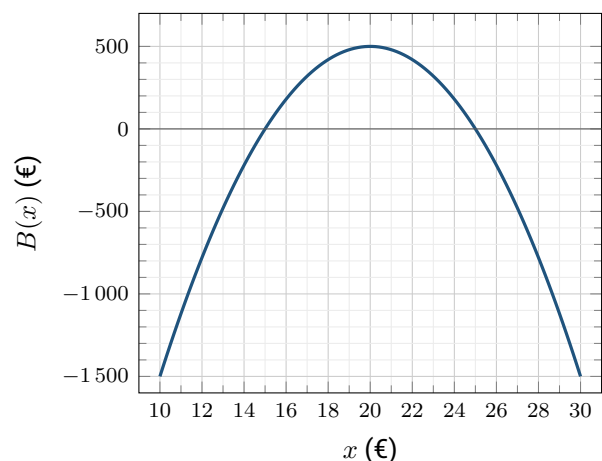
Partie A – Construire le modèle

- 1) Justifier que le nombre mensuel de joueurs, pour un prix de x euros, est $N(x) = 600 - 20x$. Calculer $N(20)$.
- 2) Expliquer pourquoi le bénéfice mensuel, en euros, est $B(x) = (x - 10)(600 - 20x) - 1\,500$.
- 3) Montrer que, pour tout x de $[10; 30]$, $B(x) = -20x^2 + 800x - 7\,500$, puis vérifier que $B(x) = -20(x - 15)(x - 25)$.

Partie B – Exploiter le modèle

La courbe de la fonction B est tracée ci-contre.

- 4) À l’aide de la forme factorisée, étudier le signe de $B(x)$ sur $[10; 30]$. Pour quels prix la salle est-elle bénéficiaire ?
- 5) Le gérant vise un bénéfice d’au moins 300 € par mois.
 - a. Par lecture graphique, donner un encadrement des prix qui conviennent.
 - b. À l’aide de la table de la calculatrice, déterminer, au centime près, le plus petit prix qui convient.



- 6) En utilisant la symétrie de la parabole par rapport à la droite passant par son sommet, déterminer l’axe de symétrie de la courbe, puis les coordonnées de son sommet. Dresser le tableau de variations de B sur $[10; 30]$.
- 7) Rédiger, en deux ou trois phrases, la recommandation à faire au gérant : prix conseillé, nombre de joueurs attendus, bénéfice mensuel correspondant.

Exercice 2 – Paraboles et sécantes (QCM justifié)

6 points

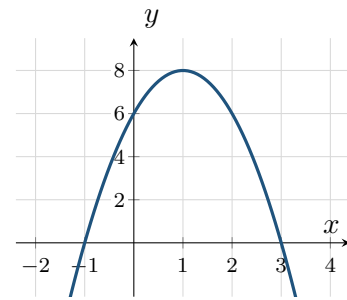
Pour chaque question, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie, puis **justifier** ce choix. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1) Le taux de variation de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 3x$ entre 1 et 4 est égal à :

a) -2 b) 2 c) 6 d) 0,5

2) La parabole ci-contre représente une fonction polynôme de degré 2. Une expression de cette fonction est :

- a) $2(x - 1)(x + 3)$ b) $-2(x - 1)(x + 3)$
c) $2(x + 1)(x - 3)$ d) $-2(x + 1)(x - 3)$



3) Une fonction g est définie sur $[0 ; 10]$. Pour tous réels a et b de $[0 ; 10]$ tels que $a < b$, le taux de variation de g entre a et b est strictement négatif. Alors :

- a) g est croissante sur $[0 ; 10]$ b) g est décroissante sur $[0 ; 10]$
c) g est constante sur $[0 ; 10]$ d) g change de sens de variation

4) La parabole d'équation $y = 3x^2 - 12$ coupe l'axe des abscisses :

- a) en aucun point b) au seul point de coordonnées $(0 ; -12)$
c) aux points d'abscisses -2 et 2 d) aux points d'abscisses -4 et 4

Exercice 3 – Trouver le sommet sans formule

4 points

On considère la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = 2x^2 - 8x + 3$.

- 1) Résoudre l'équation $p(x) = 3$.
- 2) En déduire l'axe de symétrie de la parabole représentant p , en expliquant le raisonnement.
- 3) Déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole, puis dresser le tableau de variations de p sur $\mathbb{R}$.