

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 – Une culture bactérienne en fermenteur

12 points

Dans le laboratoire d'une fromagerie, une technicienne suit la croissance d'une culture de bactéries lactiques placée dans un fermenteur. Toutes les heures, elle mesure la concentration de la culture, en millions de bactéries par millilitre (millions/mL).

Temps écoulé (en heures)	0	1	2	3	4
Concentration mesurée (millions/mL)	2,00	2,60	3,38	4,39	5,71

Partie A – Des mesures au modèle

- 1) Calculer les quotients de chaque concentration mesurée par la précédente, arrondis au centième.
- 2) Expliquer pourquoi il est raisonnable de modéliser l'évolution de la concentration par une suite géométrique. Préciser sa raison et le pourcentage d'augmentation de la concentration en une heure.

Partie B – Exploiter le modèle

On note u_n la concentration, en millions/mL, au bout de n heures. On pose $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,3 u_n$.

- 3) Exprimer u_n en fonction de n .
- 4) Calculer u_8 , arrondi au centième, puis interpréter ce résultat dans le contexte.
- 5) Déterminer, en justifiant, le sens de variation de la suite (u_n) .
- 6) La culture doit être transférée dans une cuve plus grande dès que sa concentration dépasse 500 millions/mL.
À l'aide de la table de valeurs de la calculatrice, déterminer au bout de combien d'heures ce transfert doit avoir lieu. On recopiera les deux valeurs de la table, arrondies à l'unité, qui justifient la réponse.

Partie C – Un protocole avec prélèvements

Pour ralentir la croissance, la technicienne teste un autre protocole sur une seconde culture, de même concentration initiale : chaque heure, après la croissance de 30 %, elle prélève une partie de la culture et la remplace par du milieu neuf, ce qui, en moyenne, fait baisser la concentration de 0,5 million/mL. On note v_n la concentration au bout de n heures : $v_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 1,3 v_n - 0,5$.

- 7) Calculer v_1 , v_2 et v_3 (valeurs exactes).
- 8) La suite (v_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.
- 9) Calculer v_6 , arrondi au centième. La technicienne pensait que ce protocole stabiliserait la concentration. Que peut-on lui répondre ? Comparer avec le premier protocole en une ou deux phrases.

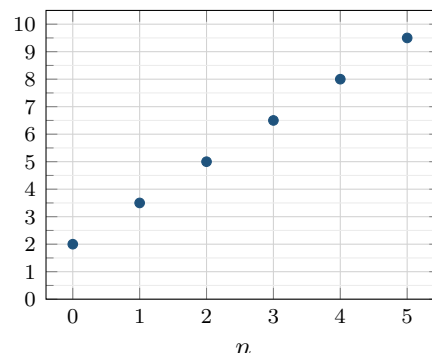
Exercice 2 – Le cahier de laboratoire (vrai ou faux)

8 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Affirmation 1. La suite géométrique (w_n) de premier terme $w_0 = 3$ et de raison 0,9 est croissante.

Affirmation 2. Le graphique ci-contre représente les six premiers termes d'une suite (t_n) .
La suite (t_n) semble géométrique.



Affirmation 3. La suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par $a_n = n^2 + 2$ n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Affirmation 4. Le nombre d'analyses réalisées chaque année par le laboratoire augmente de 3 % par an. Si cette évolution se maintient, ce nombre aura doublé en moins de 25 ans.