

Exercice 1 – Deux communes voisines, deux rythmes de croissance 7 points

- 1) $2\,460 - 2\,400 = 60$, $2\,520 - 2\,460 = 60$, $2\,580 - 2\,520 = 60$. (1 pt)

Saint-Aubin gagne chaque année le même nombre d'habitants, $\boxed{60}$: l'augmentation absolue est constante, l'évolution relève donc d'un **modèle linéaire** (suite arithmétique).

- 2) La suite p est arithmétique de premier terme $p(0) = 2\,400$ et de raison 60. (1 pt)

Donc $\boxed{p(n) = 2\,400 + 60n}$.

$p(10) = 2\,400 + 600 = \boxed{3\,000}$: selon ce modèle, Saint-Aubin comptera 3 000 habitants au 1^{er} janvier 2032.

- 3) Augmenter de 2 % revient à multiplier par 1,02. (1,5 pt)

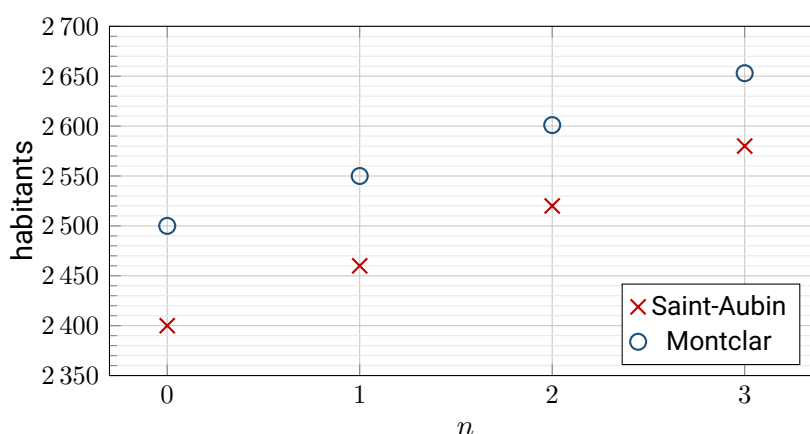
$$2\,500 \times 1,02 = 2\,500 + 50 = 2\,550 \quad \text{et} \quad 2\,550 \times 1,02 = 2\,550 + 51 = 2\,601.$$

D'après l'article, la population est multipliée chaque année par le même nombre 1,02 : la suite m est **géométrique de raison 1,02**, de premier terme $m(0) = 2\,500$.

- 4) Les points à placer sont : (1 pt)

Saint-Aubin (croix) : $(0; 2\,400)$, $(1; 2\,460)$, $(2; 2\,520)$, $(3; 2\,580)$;

Montclar (ronds) : $(0; 2\,500)$, $(1; 2\,550)$, $(2; 2\,601)$, $(3; 2\,653)$.



- 5) Les augmentations successives de Montclar sont 50, puis 51, puis $2\,653 - 2\,601 = 52$ habitants : elles ne sont pas constantes, elles augmentent un peu chaque année. Ce qui est constant, c'est l'augmentation *relative* (+2 %), pas l'augmentation absolue. (1 pt)

L'évolution de Montclar est exponentielle (suite géométrique); ses points paraissent alignés seulement parce que, sur quatre années, des hausses de 50, 51 et 52 habitants sont presque égales. Un alignement apparent sur quelques points ne démontre pas qu'une suite est arithmétique.

- 6) En 2032 ($n = 10$) : $p(10) = 3\,000$ et, d'après le document 2, $m(10) = 3\,047$. (1,5 pt)

Selon ces modèles, Montclar sera encore la commune la plus peuplée en 2032.

L'écart est de $2\,500 - 2\,400 = 100$ habitants en 2022 et de $3\,047 - 3\,000 = 47$ habitants en 2032 : il s'est réduit, car jusque-là Montclar gagne moins de 60 habitants par an.

Entre 2032 et 2033, Montclar gagne 2 % de 3 047 habitants : $3\,047 \times 0,02 = 60,94$, soit environ $\boxed{61}$ habitants, ce qui est **plus que** 60 (on peut aussi calculer $m(11) = 3\,047 \times 1,02 \approx 3\,108$ et $3\,108 - 3\,047 = 61$).

Montclar gagne chaque année 2 % d'une population qui grandit : son gain annuel, déjà supé-

rieur à 60 habitants entre 2032 et 2033, augmente ensuite chaque année. Saint-Aubin, elle, gagne toujours exactement 60 habitants par an : après 2032, l'écart se creuse donc chaque année un peu plus au profit de Montclar.

Exercice 2 – Quatre réponses de Malik à vérifier

5 points

(a) Conclusion juste, justification insuffisante.

(1,5 pt)

Constater que l'on ajoute 2 sur les trois premiers termes ne prouve rien pour les suivants. Il faut calculer la différence pour tout entier naturel n :

$$u(n+1) - u(n) = (5 + 2(n+1)) - (5 + 2n) = 5 + 2n + 2 - 5 - 2n = 2.$$

La différence est constante : la suite u est arithmétique de raison 2.

(b) Conclusion fausse, justification insuffisante.

(1,5 pt)

Les calculs de Malik sont justes : $t(1) = 2 + 0 + 2 = 4$ et $t(2) = 4 + 2 + 2 = 8$. Mais deux quotients égaux ne suffisent pas. Calculons le terme suivant : $t(3) = t(2) + 2 \times 2 + 2 = 8 + 6 = 14$.

Or $\frac{t(3)}{t(2)} = \frac{14}{8} = 1,75 \neq 2$: le quotient n'est pas constant, donc t n'est pas géométrique.

Elle n'est pas non plus arithmétique : $t(1) - t(0) = 2$ mais $t(2) - t(1) = 4$. La suite t n'est ni arithmétique ni géométrique.

(c) Conclusion fausse.

(1 pt)

Pour une suite géométrique à termes strictement positifs, il ne suffit pas que la raison soit positive : il faut la comparer à 1. Ici $g(0) = 50 > 0$ et $0 < 0,8 < 1$: chaque terme vaut 80 % du précédent, donc lui est inférieur. La suite g est décroissante (par exemple $g(1) = 40 < g(0) = 50$).

(d) Conclusion fausse : Malik confond le premier terme et la raison.

(1 pt)

Pour tout entier naturel n : $r(n+1) - r(n) = (7 - 3(n+1)) - (7 - 3n) = -3$.

La suite r est arithmétique de raison -3 , de premier terme $r(0) = 7$.

Exercice 3 – Question ouverte : deux nuages à identifier

4 points

Suite a. On lit $a(0) = 4$, $a(1) = 10$, $a(2) = 16$, $a(3) = 22$, $a(4) = 28$. Les points sont alignés et, d'un rang au suivant, on monte toujours de 6 : $10 - 4 = 16 - 10 = 22 - 16 = 28 - 22 = 6$.

On conjecture que a est arithmétique de raison 6, et alors $a(5) = 28 + 6 = 34$.

Suite b. On lit $b(0) = 96$, $b(1) = 48$, $b(2) = 24$, $b(3) = 12$, $b(4) = 6$. Les points ne sont pas alignés : les baisses successives (48, 24, 12, 6) ne sont pas constantes, la suite n'est donc pas arithmétique. En revanche, chaque terme est la moitié du précédent : $\frac{48}{96} = \frac{24}{48} = \frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

On conjecture que b est géométrique de raison $\frac{1}{2}$, et alors $b(5) = 6 \times \frac{1}{2} = 3$.

Ce que l'on observe : des points alignés traduisent une variation absolue constante (suite arithmétique); des points qui « s'aplatissent » en se rapprochant de l'axe, avec des écarts divisés chaque fois par 2, traduisent une variation relative constante (suite géométrique de raison comprise entre 0 et 1). Ce ne sont que des conjectures : cinq termes ne suffisent pas à démontrer la nature d'une suite.

Exercice 4 – Retrouver une suite à partir de deux de ses termes

4 points

- 1) De $u(4)$ à $u(9)$, on ajoute 5 fois la raison r : $u(9) = u(4) + 5r$, soit $25 = 10 + 5r$, d'où $5r = 15$ et $r = 3$.

De même $u(4) = u(0) + 4r$, donc $u(0) = 10 - 12 = -2$, et $u(n) = -2 + 3n$. (Contrôle : $u(9) = -2 + 27 = 25$.) (2 pts)

- 2) De $v(1)$ à $v(3)$, on multiplie deux fois par la raison q : $v(3) = v(1) \times q^2$, soit $54 = 6q^2$, d'où $q^2 = 9$. La suite est à termes strictement positifs, donc sa raison est positive : $q = 3$. Puis

$$v(0) = \frac{v(1)}{q} = \frac{6}{3} = 2 \text{ et } v(n) = 2 \times 3^n.$$

Le premier terme 2 est strictement positif et la raison 3 est supérieure à 1 : la suite v est croissante. (2 pts)