

Exercice 1 – Échauffement sur les suites (réponses courtes)

4 points

N°	Réponse	Pour comprendre
1	11	$u(5) = 3 \times 5 - 4 = 15 - 4 = 11.$
2	24	$v(6) = 6^2 - 2 \times 6 = 36 - 12 = 24.$
3	1,04	$1 + \frac{4}{100} = 1,04.$
4	15 %	$0,85 = 1 - 0,15$: on conserve 85 % de la quantité, on en perd 15 %.
5	25	$w(3) = 200 \times 0,5^3 = 200 \times 0,125 = 25$ (ou $200 \rightarrow 100 \rightarrow 50 \rightarrow 25$).
6	37	$t(10) = t(0) + 10 \times 4 = -3 + 40 = 37.$
7	1,5	On passe d'un terme au suivant en multipliant par la raison : $\frac{18}{12} = 1,5.$
8	exponentiel	Une hausse de 2 % par an revient à multiplier chaque année par 1,02 : évolution relative constante, donc modèle exponentiel (suite géométrique).

Exercice 2 – De la formule au sens de variation

6 points

1) a. $u(0) = 9 - 0 = 9$, $u(1) = 9 - 2 = 7$, $u(2) = 9 - 4 = 5$.

b. Pour tout entier naturel n :

$$u(n+1) - u(n) = (9 - 2(n+1)) - (9 - 2n) = 9 - 2n - 2 - 9 + 2n = -2.$$

La différence entre deux termes consécutifs est la même pour tout n : la suite u est arithmétique de raison -2 .

(Calculer seulement $u(1) - u(0)$ et $u(2) - u(1)$ ne suffit pas : il faut que l'égalité soit vraie pour tout n .)

c. La raison -2 est strictement négative : la suite u est décroissante.

2) a. On multiplie chaque fois par $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire qu'on divise par 3 : $v(1) = 27$, $v(2) = 9$,
 $v(3) = 3$, $v(4) = 1$.

b. Une suite géométrique s'écrit $v(n) = v(0) \times q^n$, donc $v(n) = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

c. Le premier terme $v(0) = 81$ est strictement positif et la raison vérifie $0 < \frac{1}{3} < 1$: chaque terme est le tiers du précédent, donc plus petit que lui. La suite v est décroissante.

- 3) On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre 1,5 : la suite w est géométrique de raison 1,5.
Son premier terme $w(0) = 2$ est strictement positif et sa raison 1,5 est strictement supérieure à 1 : la suite w est croissante.
 $w(1) = 1,5 \times 2 = 3$ et $w(2) = 1,5 \times 3 = 4,5$.

Exercice 3 – Une box de produits locaux par abonnement

10 points

- 1) $a(1) = 400 + 30 = 430$ et $a(2) = 430 + 30 = 460$. (1 pt)
- 2) Chaque mois, on ajoute le même nombre 30 au nombre d'abonnés du mois précédent : $a(n+1) = a(n) + 30$. La suite a est donc arithmétique de raison 30. (1 pt)
- 3) Une suite arithmétique s'écrit $a(n) = a(0) + n \times r$, donc $a(n) = 400 + 30n$. (1 pt)
- 4) $a(12) = 400 + 30 \times 12 = 400 + 360 = 760$. (1,5 pt)
Le rang 12 correspond à douze mois après janvier 2026, soit janvier 2027 : **selon ce modèle, l'entreprise comptera 760 abonnés en janvier 2027.**
- 5) $c(12) = 25 \times 760 = 19\,000$ € : c'est le chiffre d'affaires prévu pour janvier 2027. (1,5 pt)
Chaque mois, le nombre d'abonnés augmente de 30, donc le chiffre d'affaires augmente de $25 \times 30 = 750$ € : la raison de la suite c est 750. (On peut aussi calculer $c(0) = 25 \times 400 = 10\,000$ et $c(1) = 25 \times 430 = 10\,750$, d'où $c(1) - c(0) = 750$.)
- 6) (3 pts : 1,5 + 1 + 0,5)
- a. À chaque passage, n augmente de 1, a augmente de 30 (abonnés du mois suivant) et s reçoit les box de ce nouveau mois. La condition $s < 2000$ est vraie pour 400, 830, 1 290, 1 780, puis fausse pour 2 300 : la boucle s'arrête après le 4^e passage.

	Départ	1	2	3	4	5
n	0	1	2	3	4	
a	400	430	460	490	520	
s	400	830	1 290	1 780	2 300	

- b. `mois_cumul(2000)` renvoie 4. Le rang 4 correspond à mai 2026 : **c'est en mai 2026 que le nombre total de box expédiées depuis janvier 2026 atteint (et dépasse) 2 000 pour la première fois ; il est alors de 2 300.**
- c. Il faut tester le nombre d'abonnés du mois au lieu du total : remplacer la ligne `while s < objectif:` par `while a < objectif:` (les autres lignes peuvent rester telles quelles).

- 7) On cherche le plus petit entier n tel que $a(n) \geq 1\,000$, c'est-à-dire $400 + 30n \geq 1\,000$, soit $30n \geq 600$, soit $n \geq 20$. Le premier mois est celui de rang 20 (on vérifie : $a(19) = 970$ et $a(20) = 1\,000$). (1 pt)
Le rang 20 correspond à 20 mois après janvier 2026 : janvier 2027 est le rang 12, donc le rang 20 est huit mois plus tard, en septembre 2027.

Selon le modèle, l'entreprise atteindra 1 000 abonnés en septembre 2027 et devra embaucher un second préparateur à ce moment-là.