

Exercice 1

Soit $f(x) = x^2 + x - 2$ définie sur $[-3; 3]$.

a. Observation graphique :

À la calculatrice, on observe une parabole orientée "vers le haut" (le coefficient devant x^2 est positif). Le sommet semble avoir pour abscisse $-0,5$.

b. Hypothèse sur le sens de variation :

On peut conjecturer que la fonction f est :

- **Décroissante** sur l'intervalle $[-3; -0,5]$.
- **Croissante** sur l'intervalle $[-0,5; 3]$.

(Remarque : Le sommet est atteint exactement en $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} = -0,5$).

Exercice 2

On effectue des lectures graphiques en utilisant les intersections des courbes C_f , C_g (parabole) et C_h (droite horizontale).

a. Résoudre $f(x) = g(x)$:

On cherche les abscisses des points d'intersection entre la courbe C_f et la parabole C_g . On lit un point d'intersection d'abscisse 1.

$$S = \{1\}$$

b. Résoudre $f(x) = h(x)$:

On cherche l'abscisse du point d'intersection entre C_f et la droite horizontale $y = 3$. On lit une valeur comprise entre 1 et 1,5, environ 1,3.

$$S \approx \{1,3\}$$

c. Résoudre $h(x) = g(x)$:

On cherche les abscisses des points d'intersection entre la parabole C_g et la droite $y = 3$. Il y a deux solutions symétriques, environ $-1,4$ et $1,4$.

$$S \approx \{-1,4; 1,4\}$$

d. Résoudre $f(x) \leq g(x)$:

On cherche les abscisses pour lesquelles la courbe C_f est située **en dessous** ou sur la courbe C_g . Cela est vrai sur la partie gauche du graphique jusqu'au point d'intersection.

$$S = [-2; 1]$$

e. **Résoudre** $h(x) \leq g(x)$:

On cherche quand la droite C_h est en dessous de la parabole C_g . C'est le cas à l'extérieur des racines trouvées à la question c).

$$S \approx [-2; -1, 4] \cup [1, 4; 2]$$

f. **Résoudre** $h(x) > f(x)$:

On cherche quand la droite est strictement au-dessus de la courbe C_f . C'est le cas avant le point d'intersection trouvé à la question b).

$$S = [-2; 1, 3[$$

Exercice 3

a. **Ensemble de définition** :

On lit la première ligne du tableau : f est définie de -4 à 1 .

$$\mathcal{D}_f = [-4; 1]$$

b. **Comparaisons** :

- $f(-2)$ **et** $f(-3)$: Sur l'intervalle $[-4; -1]$, la fonction f est strictement **croissante**. Comme $-3 < -2$, alors $f(-3) < f(-2)$.
- $f(-1)$ **et** $f(0)$: D'après le tableau, $f(-1) = 1$ et $f(0) = -5$. Comme $1 > -5$, alors $f(-1) > f(0)$.
- $f(0)$ **et** $f(-3)$: On sait que $f(0) = -5$. Sur $[-4; -1]$, f croît de -2 à 1 . Donc, pour tout $x \in [-4; -1]$, $f(x) \geq -2$. Ainsi $f(-3) \geq -2$. Or $-2 > -5$, donc $f(-3) > f(0)$.

Exercice 4

D'après le tableau de variation de l'exercice précédent :

a. **Sur** $[-4; -1]$: La fonction croît de -2 jusqu'à 1 . Le maximum est 1 .

b. **Sur** $[-4; 0]$: La fonction monte à 1 puis redescend à -5 . Les valeurs parcourues vont de -2 à 1 , puis descendent jusqu'à -5 . Le minimum est donc -5 (atteint en $x = 0$).

c. **Sur** $[-4; 1]$ (**l'ensemble complet**) :

- Le minimum est la plus petite valeur atteinte sur tout le tableau : $\text{Min} = -5$.
- Le maximum est la plus grande valeur atteinte : on compare les sommets locaux (1 en $x = -1$ et 3 en $x = 1$). Le plus grand est 3 . Donc $\text{Max} = 3$.

Exercice 5

Il s'agit de traduire la condition "d'au moins 100 unités" (c'est-à-dire $n \geq 100$) pour appliquer la réduction. Sinon, on applique le tarif plein.

```
def prix(n) :  
    if n < 100 :  
        p = n * 4  
    else :  
        p = n * 3.5  
    return p
```

Remarque : On aurait aussi pu écrire `if n >= 100` : avec le calcul à 3.5, et le `else` avec le calcul à 4. L'ordre dépend de la condition choisie. Ici, comme la ligne `p = n * 4` est imposée dans le premier bloc, la condition est nécessairement $n < 100$.