

Calculatrice autorisée

Exercice 1

5 points

- 1) Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 .
- 2) Soit (v_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = 2n + 5$.
 - a. Calculer v_0 , v_1 et v_2 .
 - b. Exprimer v_{n+1} en fonction de n .
 - c. Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

Exercice 2

3 points

Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

- 1) (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $a_n = n^2 + 4n$.
- 2) (b_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Exercice 3

4 points

On considère la suite arithmétique (w_n) de premier terme $w_0 = 5$ et de raison $r = 2$.

- 1) Exprimer w_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- 2) Calculer la valeur du terme w_{10} .
- 3) Calculer la somme $S = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_{10}$.

Exercice 4 : Coût de forage

4 points

Une entreprise réalise un forage dans le désert afin d'atteindre une nappe phréatique. Le coût du forage est fixé à 1 000 euros pour le premier mètre creusé, 1 200 euros pour le deuxième mètre, 1 400 euros pour le troisième mètre, et augmente ainsi de 200 euros pour chaque mètre supplémentaire.

On note $u_0 = 1\,000$, $u_1 = 1\,200$, et plus généralement u_n le coût en euros du $(n+1)^{\text{e}}$ mètre creusé.

- 1) Donner la nature de la suite (u_n) ainsi que son expression générale en fonction de n .
- 2) Calculer le coût du 15^e mètre creusé (soit le terme u_{14}).
- 3) Déterminer pour quel mètre creusé le coût individuel du mètre atteindra 5 000 euros (résoudre une équation du premier degré en trouvant n tel que $u_n = 5\,000$).

Exercice 5

4 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 15$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,8 u_n + 2$.

- 1) Calculer les termes u_1 et u_2 .
- 2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = u_n - 10$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,8$ et préciser son premier terme v_0 .
- 3) Exprimer v_n en fonction de n , puis en déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 4) Déterminer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.