

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : Automatismes, huit questions flash

4 points

Pour chaque question, donner directement la réponse. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Dans un lycée, 40 % des élèves sont en série STI2D et, parmi eux, 25 % suivent l'enseignement spécifique ITEC. Quelle proportion des élèves du lycée suit l'enseignement ITEC ?
- 2) Le prix d'un composant augmente de 25 %, puis baisse de 20 %. Quel est le taux d'évolution global ?
- 3) Après une hausse de 60 %, quelle baisse, en pourcentage, ramène une grandeur à sa valeur de départ ?
- 4) Écrire en notation scientifique le nombre $\frac{3,2 \times 10^{-4}}{8 \times 10^2}$.
- 5) La puissance dissipée par un conducteur ohmique est $P = \frac{U^2}{R}$. Exprimer R en fonction de P et de U .
- 6) Factoriser l'expression $9x^2 - \frac{16}{25}$.
- 7) Donner, selon les valeurs du réel x , le signe de l'expression $-3(x+2)(x-4)$.
- 8) Une citerne perd 3 % de son volume d'eau chaque jour. On note V_n le volume, en litres, au bout de n jours. Quelle est la nature de la suite (V_n) ? Préciser sa raison.

Exercice 2 : Le local technique d'une piscine (QCM)

4 points

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer la lettre de la réponse exacte, **en expliquant votre choix** : une réponse sans justification ne rapporte aucun point.

- 1) Le premier jour de l'été, une piscine municipale accueille 220 baigneurs. On prévoit que la fréquentation augmente ensuite de 12 baigneurs chaque jour. Le premier jour où la fréquentation dépassera 500 baigneurs est le jour numéro :
A. 24 **B.** 25 **C.** 23 **D.** 42
- 2) En 2025, la facture d'eau de la piscine s'est élevée à 18 000 €. On suppose qu'elle augmente de 5 % par an. Arrondie à l'euro, la facture prévue pour 2032 est :
A. 24 300 € **B.** 24 122 € **C.** 26 594 € **D.** 25 328 €
- 3) Le coût du chauffage de l'eau, en euros par mètre cube, dépend du volume x d'eau chauffée dans le mois, en m^3 : $c(x) = 3,5 + \frac{840}{x}$ pour $x > 0$. Ce coût est inférieur ou égal à 4 € par mètre cube si et seulement si :
A. $x \geq 210$ **B.** $x \leq 1680$ **C.** $x \geq 1680$ **D.** $x \geq 240$
- 4) Au démarrage, la pompe de filtration accélère progressivement. La puissance qu'elle absorbe, en kilowatts, est $P(t) = 1,5(1 + 0,5t)^3$, où $t \in [0; 2]$ est le temps en minutes. Pour tout $t \in [0; 2]$, $P'(t)$ est égal à :
A. $2,25(1 + 0,5t)^2$ **B.** $0,75(1 + 0,5t)^2$ **C.** $4,5(1 + 0,5t)^2$ **D.** $2,25(1 + 0,5t)^3$

Exercice 3 : Le tassement d'un remblai ferroviaire (Python)

5 points

Pour une ligne de tramway, on a construit un remblai de terre. Sous son propre poids, il se tasse pendant plusieurs mois. Le premier mois, il s'est tassé de 12 mm ; ensuite, chaque mois, le tassement est égal à 80 % du tassement du mois précédent. On note u_n le tassement, en millimètres, pendant le n -ième mois : $u_1 = 12$.

- 1) Calculer u_2 et u_3 . Justifier que la suite (u_n) est géométrique, préciser sa raison, puis exprimer u_n en fonction de n pour tout entier $n \geq 1$.
- 2) On considère la fonction Python ci-dessous.

```
def tassement(n):
    u = 12
    s = 0
    for k in range(n):
        s = s + u
        u = 0.8 * u
    return s
```

- a. Recopier et compléter le tableau suivant, qui donne le contenu des variables à la fin de chaque passage dans la boucle lors de l'appel tassement(3). Que renvoie tassement(3) ?

fin du passage	1	2	3
s			
u			

- b. Que représente, pour le remblai, le nombre renvoyé par tassement(n) ? L'écrire à l'aide du symbole Σ .
- 3) On note $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Démontrer que $S_n = 60(1 - 0,8^n)$. Expliquer pourquoi le tassement total du remblai restera toujours inférieur à 60 mm.
- 4) On peut poser les rails dès que le tassement d'un mois est inférieur à 1 mm. La fonction suivante doit renvoyer le numéro de ce mois.

```
def mois_de_pose():
    u = 12
    for n in range(1, 61):
        if .....:
            return n
    u = .....
```

- a. Recopier et compléter les deux lignes en pointillés.
- b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre renvoyé par mois_de_pose().
- c. Quel est alors le tassement total du remblai, *arrondi au dixième de millimètre* ? Quel pourcentage du tassement maximal de 60 mm cela représente-t-il, *arrondi à 0,1 % près* ?

Exercice 4 : Les livraisons de granulés d'une chaufferie collective 7 points

La chaufferie au bois d'un quartier consomme chaque année 240 tonnes de granulés, livrés par camion souffleur et stockés dans un silo d'une capacité de 60 tonnes. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A – Combien livrer à chaque fois ?

Chaque livraison coûte 250 € (déplacement du camion et soufflage), quelle que soit la quantité livrée. Garder des granulés en stock coûte aussi : on l'estime à 15 € par an pour chaque tonne présente en moyenne dans le silo. Si chaque livraison apporte Q tonnes, le stock moyen est de $\frac{Q}{2}$ tonnes.

- 1) Justifier que, si chaque livraison apporte Q tonnes, le nombre de livraisons par an est $\frac{240}{Q}$, puis que le coût annuel de gestion des granulés, en euros, est $C(Q) = \frac{60\,000}{Q} + 7,5Q$.
- 2) On étudie C sur l'intervalle $[10; 60]$. Calculer $C'(Q)$ et montrer que $C'(Q) = \frac{7,5(Q^2 - 8\,000)}{Q^2}$. Étudier le signe de $C'(Q)$ sur $[10; 60]$ et en déduire le sens de variation de C .
- 3) Quelle quantité faut-il commander à chaque livraison avec le silo actuel ? Combien de livraisons cela fait-il par an, et pour quel coût annuel ?
- 4) Le gestionnaire envisage d'agrandir le silo à 100 tonnes, pour un coût de travaux de 6 000 €. On admet que C admet alors, sur $[10; 100]$, un minimum atteint pour $Q = \sqrt{8\,000}$. Calculer ce coût minimal, arrondi à l'euro, puis dire si l'agrandissement serait remboursé par les économies en moins de 20 ans.

Partie B – La puissance appelée un jour de grand froid

Un jour de grand froid, la puissance demandée à la chaudière, en kilowatts, est modélisée par

$$P(t) = 150 + 50 \cos\left(\frac{\pi(t-4)}{12}\right), \quad t \in [0; 24],$$

où t est l'heure de la journée.

- 5) Calculer $P'(t)$.
- 6) Montrer que P est décroissante sur $[4; 16]$. Donner la puissance maximale et la puissance minimale demandées sur cet intervalle, et les heures où elles sont atteintes.
- 7) Calculer $P'(10)$, arrondi au dixième, et interpréter ce nombre.

Partie C – L'effet d'un programme d'isolation

Un programme d'isolation des logements doit faire baisser la consommation de 6 tonnes chaque année à partir de 2027. On note c_n la consommation prévue, en tonnes, pour l'année $2026+n$: $c_0 = 240$.

- 8) Exprimer c_n en fonction de n . En quelle année la consommation passera-t-elle pour la première fois sous 200 tonnes ?
- 9) Calculer la consommation totale prévue sur les dix années 2027 à 2036, et la comparer à celle qu'on aurait sans le programme d'isolation.
- 10) En 2036, le silo n'ayant pas été agrandi, on livre toujours 60 tonnes à chaque fois. En reprenant le raisonnement de la partie A avec la consommation de 2036, calculer le coût annuel de gestion des granulés cette année-là.