

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : Un triangle qui se construit ligne à ligne

4 points

La fonction Python `ligne_suivante` ci-dessous reçoit une ligne du triangle de Pascal, écrite sous forme de liste, et doit renvoyer la ligne suivante. Une liste Python est notée entre crochets ; $L[k]$ désigne l'élément de rang k de la liste L , le premier élément étant de rang 0, et $\text{len}(L)$ est le nombre d'éléments de L .

```

1 def ligne_suivante(L) :
2     M = [1]
3     for k in range(len(L) - 1) :
4         M.append( ..... )
5     M.append(1)
6     return M
7
8 L = [1]
9 for n in range(1, 7) :
10    L = ligne_suivante(L)
11    print(n, L)

```

- 1) La ligne 4 calcule chaque nombre intérieur de la nouvelle ligne à partir de deux nombres de la ligne L . Recopier et compléter la ligne 4.
- 2) Une fois la ligne 4 complétée, l'exécution du programme affiche :

```

1 [1, 1]
2 [1, 2, 1]
3 [1, 3, 3, 1]
4 [1, 4, 6, 4, 1]
5 [1, 5, 10, 10, 5, 1]
6 [1, 6, 15, 20, 15, 6, 1]

```

Lire dans cet affichage le coefficient binomial $\binom{6}{2}$, puis expliquer ce qu'il dénombre dans un arbre représentant la répétition de 6 épreuves de Bernoulli.

- 3) Une variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(6; 0,2)$. À l'aide de l'affichage, calculer $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$. Arrondir à 10^{-3} .

Exercice 2 : Les vannes motorisées d'un réseau de chaleur

11 points

Une sous-station d'un réseau de chaleur urbain est équipée de 10 vannes motorisées identiques qui règlent le débit d'eau chaude envoyé vers les immeubles. Lors de la visite annuelle de maintenance, chaque vanne est testée. On admet qu'une vanne est trouvée grippée avec la probabilité 0,08, et que l'état d'une vanne ne dépend pas de celui des autres.

On note X le nombre de vannes trouvées grippées lors d'une visite.

- 1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- 2) Calculer la probabilité qu'aucune vanne ne soit grippée. Arrondir à 10^{-3} .
- 3) Calculer $P(X = 1)$, puis $P(X \leq 1)$. Arrondir à 10^{-3} .
- 4) On donne la ligne $n = 9$ du triangle de Pascal : 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1.
 - a. En déduire, sans calculatrice, le coefficient binomial $\binom{10}{2}$.
 - b. Calculer $P(X = 2)$. Arrondir à 10^{-3} .
- 5) Calculer l'espérance de X et l'interpréter.

- 6) Lorsqu'une vanne est grippée, le technicien parvient à la débloquer sur place dans 75 % des cas, pour un coût de 120 €; sinon, il la remplace, pour un coût de 450 €. Une vanne qui n'est pas grippée n'occasionne aucun coût.
On choisit une vanne au hasard et on note C le coût, en euros, de l'intervention sur cette vanne.
- À l'aide d'un arbre pondéré, déterminer la loi de probabilité de C .
 - Calculer l'espérance de C et l'interpréter.
- 7) On note Y le nombre de vannes remplacées lors d'une visite.
- Le responsable de la maintenance affirme : « À chaque visite, il y a plus d'une chance sur cinq qu'au moins une des dix vannes doive être remplacée. » A-t-il raison? Justifier. Arrondir les probabilités à 10^{-3} .
 - Le planning de chaque visite ne prévoit le temps que d'un seul remplacement. Le service juge ce planning suffisant s'il permet de faire tous les remplacements nécessaires dans au moins 98 % des visites. Est-ce le cas? Comparer avec la probabilité $P(X \leq 1)$ obtenue à la question 3 et expliquer l'écart. Arrondir à 10^{-3} .

Exercice 3 : Lampadaires à LED ou au sodium

5 points

Dans une commune, 60 % des lampadaires sont équipés de lampes à LED, les autres de lampes au sodium. Au cours de l'année écoulée, 5,4 % des lampadaires ont nécessité au moins une intervention du service technique. Le service a constaté qu'un lampadaire au sodium a eu trois fois plus de chances de nécessiter une intervention qu'un lampadaire à LED.

Parmi les lampadaires qui ont nécessité une intervention, quelle est la proportion de lampadaires au sodium?

La question n'est pas découpée : la démarche, les notations et l'outil choisis font partie de ce qui est évalué. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible, puis d'un pourcentage arrondi à 0,1 %. Toute piste de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.