

Calculatrice interdite

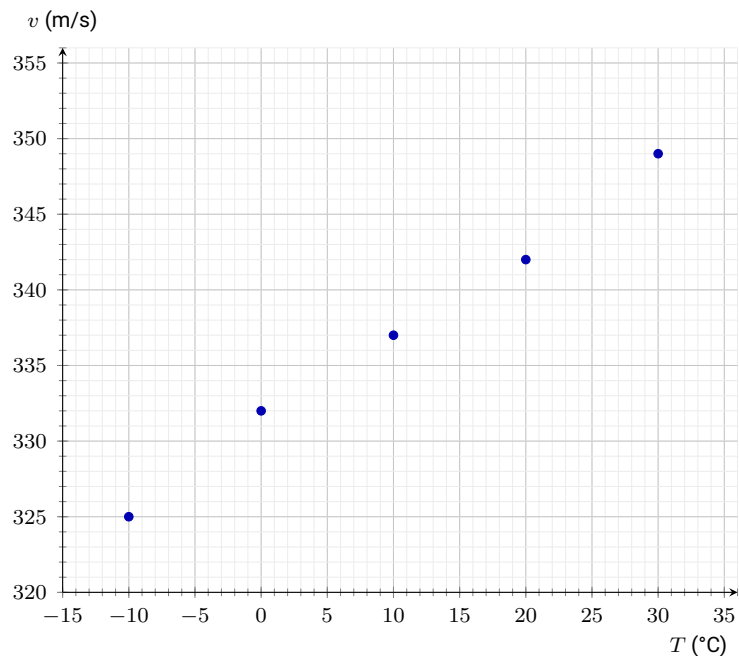
Exercice 1 : La vitesse du son

10 points

Un télémètre à ultrasons calcule une distance à partir de la durée d'un écho ; pour être précis, il doit connaître la vitesse du son dans l'air, qui dépend de la température. On a mesuré cette vitesse v (en m/s) à différentes températures T (en °C).

Température T (°C)	-10	0	10	20	30
Vitesse du son v (m/s)	325	332	337	342	349

- 1) Le nuage de points est représenté ci-contre. Sur l'axe des ordonnées, à quelle valeur correspond l'intersection des axes ? Un ajustement affine paraît-il justifié ?
- 2) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage, puis le placer.
- 3) Tracer au jugé une droite passant par G qui ajuste au mieux le nuage.



Deux élèves proposent chacun une droite d'ajustement :

- Léa retient la formule de son manuel de physique, $d_1 : v = 0,6 T + 331$;
- Hugo propose la droite $d_2 : v = 0,5 T + 332$.

- 4) Tracer les droites d_1 et d_2 sur le graphique.
- 5) Pour départager les deux droites, on utilise le critère des *moindres carrés* : la meilleure droite est celle pour laquelle la somme S des carrés des écarts $v_i - (a T_i + b)$ est la plus petite.

a. Recopier et compléter le tableau suivant.

Température T (°C)	-10	0	10	20	30
Vitesse prévue par d_1					
Écart $v - (0,6 T + 331)$					
Vitesse prévue par d_2					
Écart $v - (0,5 T + 332)$					

- b. Calculer la somme S_1 des carrés des écarts pour d_1 , puis la somme S_2 pour d_2 . Laquelle des deux droites ajuste le mieux le nuage selon ce critère ?

- 6) Un logiciel indique que la droite des moindres carrés de ce nuage a pour équation $v = 0,58T + 331,2$. Les écarts correspondants sont $-0,4; 0,8; 0; -0,8; 0,4$. Calculer la somme S_3 de leurs carrés. La droite d_1 est-elle la droite des moindres carrés ?

Pour la suite, on utilise la droite d_1 .

- 7) Estimer la vitesse du son dans l'air à 15°C .
- 8) a. Calculer la vitesse prévue par d_1 pour $T = -25^\circ\text{C}$, température relevée un matin d'hiver en haute montagne. S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?
- b. Calculer la vitesse prévue par d_1 pour $T = -550^\circ\text{C}$. Sachant qu'aucune température ne peut être inférieure à -273°C , que penser de cette prévision ? Comparer avec celle de la question a.

Exercice 2 : Vrai ou faux ?

10 points

Le gérant d'une boutique en ligne a relevé, sur six mois, son budget de publicité x et son chiffre d'affaires y , en milliers d'euros (k€).

Budget de publicité x (k€)	2	3	4	6	7	8
Chiffre d'affaires y (k€)	29	33	37	44	46	51

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Toute réponse doit être justifiée** par un calcul ou un argument; une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- Affirmation 1** : on partage le nuage en deux groupes, les trois mois de plus petit budget et les trois mois de plus gros budget. La droite de Mayer ainsi obtenue a pour équation $y = 3,5x + 22,5$.
- Affirmation 2** : pour le mois où le budget de publicité était de 4 k€, le chiffre d'affaires réel a été supérieur à celui estimé par la droite de Mayer.
- Affirmation 3** : si l'on ajoute au tableau un septième mois, avec un budget de 5 k€ et un chiffre d'affaires de 45 k€, le point moyen du nuage ne change pas.
- Affirmation 4** : d'après la droite de Mayer, on peut affirmer qu'un budget de publicité de 100 k€ assurerait un chiffre d'affaires d'au moins 350 k€.
- Affirmation 5** : dans le tableau, chaque fois que deux budgets de publicité diffèrent de 1 k€, le chiffre d'affaires correspondant au plus gros budget dépasse l'autre d'au moins 3 k€.