

Exercice 1 : Le chauffage d'un gymnase

7 points

- 1) Les points du nuage sont presque alignés : ils s'étirent selon une direction rectiligne, sans courbure visible. Un ajustement affine paraît adapté.

$$2) \bar{x} = \frac{190 + 330 + 410 + 450 + 380 + 300 + 220}{7} = \frac{2280}{7} \approx 325,71.$$

$$\bar{y} = \frac{29,4 + 45,1 + 55,8 + 59,6 + 51,3 + 42,5 + 31,8}{7} = \frac{315,5}{7} \approx 45,07.$$

D'où $G(325,71; 45,07)$.

- 3) La calculatrice (mode statistiques à deux variables, régression linéaire) donne $a \approx 0,11913$ et $b \approx 6,2685$. Avec les arrondis demandés :

$$y = 0,119x + 6,3$$

C'est une équation approchée de la droite des moindres carrés : les coefficients ont été arrondis.

- 4) Le coefficient directeur 0,119 signifie que, selon ce modèle, chaque DJU supplémentaire augmente la consommation d'environ $0,119 \text{ MWh}$, soit 119 kWh de gaz en plus sur le mois.

- 5) $y = 0,119 \times 280 + 6,3 = 33,32 + 6,3 = 39,62$.

Un mois de 280 DJU consommerait environ $39,6 \text{ MWh}$ de gaz. C'est une interpolation : 280 est compris entre 190 et 450.

- 6) On cherche x tel que $0,119x + 6,3 > 50$:

$$0,119x > 43,7 \iff x > \frac{43,7}{0,119} \approx 367,2.$$

Vérification : pour 367 DJU, $y \approx 49,97$; pour 368 DJU, $y \approx 50,09$.

Le plafond risque d'être dépassé à partir de 368 DJU environ. C'est cohérent avec les relevés : février (380 DJU) a bien dépassé 50 MWh.

- 7) **Non.** Deux arguments :

- **Extrapolation** : $x = 0$ est très loin de l'intervalle des mesures (190 à 450 DJU). Rien ne garantit que la relation affine reste valable si loin des données.
- **Changement de situation** : le modèle a été construit pour un gymnase ouvert, dont les douches fonctionnent. Fermé quatre semaines, le gymnase ne consomme presque plus d'eau chaude : la consommation réelle de juillet sera bien inférieure aux 6,3 MWh donnés par l'ajustement.

Exercice 2 : Question ouverte – la croissance de Léo

5 points

Plusieurs démarches sont acceptées (droite tracée au jugé, droite de Mayer, droite des moindres carrés); on présente ici celle des moindres carrés.

Choix d'un ajustement. Les écarts de taille d'une année à l'autre sont 7, 7, 6, 6 cm : ils sont presque constants, donc les points sont presque alignés et un ajustement affine est raisonnable entre 3 et 7 ans.

Le point moyen est $G(5; 108,4)$, car

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 5 + 6 + 7}{5} = 5 \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{95 + 102 + 109 + 115 + 121}{5} = \frac{542}{5} = 108,4.$$

La calculatrice donne la droite des moindres carrés : $y = 6,5x + 75,9$ (ici les valeurs sont exactes). Léo grandit donc d'environ 6,5 cm par an.

Première question. On résout $6,5x + 75,9 = 130$:

$$6,5x = 54,1 \iff x = \frac{54,1}{6,5} \approx 8,32.$$

Comme $0,32 \times 12 \approx 3,9$, Léo devrait atteindre 1,30 m vers 8 ans et 4 mois. C'est une petite extrapolation (un peu au-delà de 7 ans), raisonnable car proche des données.

Deuxième question. Pour $x = 20$: $y = 6,5 \times 20 + 75,9 = 205,9$ cm. Le modèle prévoit donc plus de 2 m à 20 ans.

Mais cette prévision n'a aucune valeur : 20 ans est très loin de l'intervalle des mesures (3 à 7 ans), et la croissance d'un enfant n'est pas affine sur toute la vie. Elle connaît une accélération à la puberté puis s'arrête à la fin de l'adolescence; en France, un homme adulte mesure en moyenne environ 1,75 m. On ne peut donc pas répondre « oui » : la taille de Léo à 20 ans ne peut pas être prévue avec cet ajustement.

Barème indicatif : choix et justification d'un ajustement (1 pt), équation de la droite (1 pt), âge pour 1,30 m (1 pt), calcul à 20 ans (0,5 pt), critique argumentée de l'extrapolation (1,5 pt).

Exercice 3 : La distance de freinage

4 points

1) $d = 0,79 \times 30 - 26,3 = 23,7 - 26,3 = -2,6$ m.

Ce résultat est **inacceptable** : une distance ne peut pas être négative, alors que la mesure réelle à 30 km/h est de 4 m.

2) On calcule $0,79v - 26,3$ pour chaque vitesse, puis l'écart.

v (km/h)	30	50	70	90	110	130
Distance prévue	-2,6	13,2	29,0	44,8	60,6	76,4
Écart : mesure – prévision	6,6	-1,2	-5,0	-4,8	-0,6	6,6

Par exemple, pour $v = 70$: $0,79 \times 70 - 26,3 = 55,3 - 26,3 = 29,0$, et l'écart vaut $24 - 29,0 = -5,0$.

- 3) Les écarts sont **positifs aux deux extrémités et négatifs au milieu** : les points sont au-dessus de la droite pour les petites et les grandes vitesses, en dessous pour les vitesses moyennes. Les écarts ne sont donc pas répartis au hasard autour de la droite : le nuage est incurvé, il « tourne » vers le haut. La distance augmente de plus en plus vite avec la vitesse (8 m de plus entre 30 et 50 km/h, 23 m de plus entre 110 et 130 km/h).
- 4) Un ajustement affine n'est pas pertinent ici. Il donne une valeur absurde aux faibles vitesses et se trompe systématiquement dans un sens puis dans l'autre. En réalité, la distance de freinage est proportionnelle au *carré* de la vitesse : un modèle affine ne peut pas rendre compte de cette croissance accélérée.

Exercice 4 : Une mesure à part

4 points

- 1) **Lecture des données.** D'une mesure à la suivante, la consommation augmente de 1,6; 2,3; 1,9; puis brusquement de 8,5 entre 12 et 16 t, avant de *baisser* de 4,8 entre 16 et 20 t. La consommation à 16 t (38,5) est même supérieure à celle à 24 t (36,1), ce qui est incohérent : un camion plus chargé consomme davantage.
- Contexte.** Cette mesure n'a pas été faite dans les mêmes conditions : une route de montagne (côtes, relances) fait consommer bien plus qu'une autoroute plate.
- Ce point n'est pas comparable aux autres.
- 2) Avec les sept mesures : $y = 0,55 \times 18 + 24,3 = 9,9 + 24,3 =$ 34,2 L/100 km.
- Sans la mesure à 16 t : $y = 0,49 \times 18 + 24,0 = 8,82 + 24,0 = 32,82$, soit environ 32,8 L/100 km. L'écart entre les deux estimations est d'environ 1,4 L/100 km.
- 3) $0,55 > 0,49$: la première droite est plus pentue.
- La mesure à 16 t est située à droite du milieu du nuage (la charge moyenne est de 12 t) et nettement au-dessus des autres. Comme la méthode des moindres carrés rend petite la somme des *carrés* des écarts, ce point très éloigné pèse beaucoup : il tire vers le haut la partie droite de la droite, ce qui augmente sa pente.
- 4) Le transporteur doit retenir $y = 0,49x + 24,0$, obtenue sans la mesure à 16 t. Il veut prévoir sa consommation *sur autoroute* : la mesure faite en montagne ne correspond pas à cette situation et fausserait les prévisions (elle les surestime d'environ 1,4 L/100 km à 18 t). Les six autres points sont, eux, bien alignés.