

Calculatrice interdite

Exercice 1 : Automatismes (QCM)

5 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée; une réponse fausse ou absente ne retire pas de point.

- 1) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto 6x^2$ est :
 a) $x \mapsto 12x$ b) $x \mapsto 6x^3$ c) $x \mapsto 2x^3$ d) $x \mapsto 3x^3$
- 2) La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x^3 - x + 4$ est une primitive de la fonction :
 a) $x \mapsto 3x^2 - 1$ b) $x \mapsto 3x^2 - x$ c) $x \mapsto \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 4x$ d) $x \mapsto 3x^2 + 3$
- 3) F et G sont deux primitives sur $\mathbb{R}$ d'une même fonction f , avec $F(0) = 2$ et $G(0) = 5$. Pour tout réel x , $G(x) - F(x)$ est égal à :
 a) -3 b) $3x$ c) on ne sait pas d) 3
- 4) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $t \mapsto 2 \sin t$ est :
 a) $t \mapsto 2 \cos t$ b) $t \mapsto -2 \cos t$ c) $t \mapsto -2 \sin t$ d) $t \mapsto 2 \cos t + 2$
- 5) La primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto 2x$ telle que $F(1) = 0$ est définie par :
 a) $F(x) = x^2$ b) $F(x) = x^2 + 1$ c) $F(x) = x^2 - 1$ d) $F(x) = 2$

Exercice 2 : Calculs de primitives

4 points

Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions suivantes.

- 1) $f(x) = 4x^3 - 6x + 5$
- 2) $g(x) = x^2 + 4x - 1$
- 3) $h(t) = (t - 1)(t + 3)$
- 4) $k(x) = 0,5x^3 + 2$

Exercice 3 : Le chariot autonome

6 points

Dans un entrepôt, un chariot autonome se déplace en ligne droite le long d'un rail, d'un poste de chargement à un poste de déchargement. Il part à l'arrêt à l'instant $t = 0$ et le trajet dure 4 secondes. Pour $t \in [0; 4]$, sa vitesse, en mètres par seconde, est donnée par

$$v(t) = 1,2t - 0,3t^2.$$

On note $x(t)$ la distance, en mètres, entre le chariot et le poste de chargement à l'instant t ; ainsi $x(0) = 0$. On rappelle que la vitesse est la dérivée de la position : $x'(t) = v(t)$.

- 1) Calculer $v(0)$ et $v(4)$. Interpréter ces deux résultats.
- 2) Calculer $v'(t)$, puis étudier les variations de v sur $[0 ; 4]$. En déduire la vitesse maximale du chariot et l'instant où elle est atteinte.
- 3) Déterminer l'expression de $x(t)$ pour $t \in [0 ; 4]$.
- 4) En déduire la distance entre les deux postes.
- 5) Le chariot a-t-il parcouru la moitié du trajet au bout de 2 secondes? Justifier.

Exercice 4 : Deux primitives d'une même fonction

5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 6x$, ainsi que les fonctions F et G définies sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \quad \text{et} \quad G(x) = x^3 - 3x^2 - 2.$$

Leurs courbes représentatives $\mathcal{C}_F$ et $\mathcal{C}_G$ sont tracées ci-dessous.

- 1) Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
- 2) La fonction G est-elle aussi une primitive de f sur $\mathbb{R}$? Calculer $G(x) - F(x)$.
- 3)
 - a. Par quelle transformation passe-t-on de la courbe $\mathcal{C}_F$ à la courbe $\mathcal{C}_G$?
 - b. Que peut-on dire des tangentes à $\mathcal{C}_F$ et à $\mathcal{C}_G$ en deux points de même abscisse? Justifier.
- 4) Déterminer la primitive H de f sur $\mathbb{R}$ dont la courbe passe par le point $A(2 ; 1)$.

