

Calculatrice autorisée

Exercice 1

3 points

La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-contre représente une fonction f définie sur l'intervalle $[-4,5 ; 3,5]$.

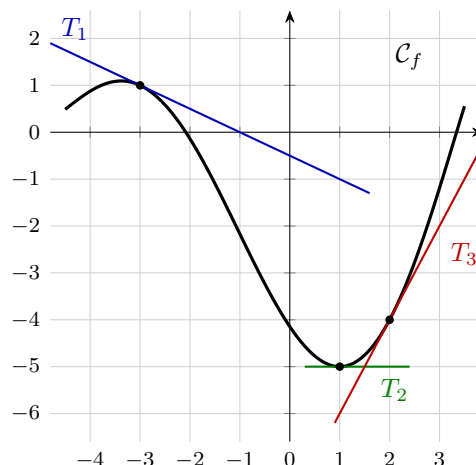
Les droites T_1 , T_2 et T_3 sont les tangentes à $\mathcal{C}_f$ aux points d'abscisses respectives -3 , 1 et 2 .

Lire graphiquement les valeurs suivantes, en justifiant par des traits sur le graphique ou par un calcul :

$$f(-3) = \dots \quad f'(-3) = \dots$$

$$f(1) = \dots \quad f'(1) = \dots$$

$$f(2) = \dots \quad f'(2) = \dots$$



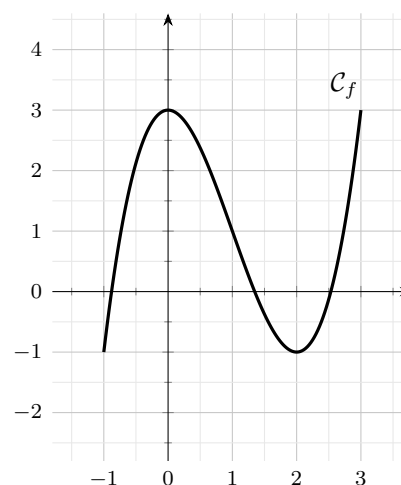
Exercice 2

3 points

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-1 ; 3]$, dont la courbe $\mathcal{C}_f$ est représentée ci-contre.

On admet que $\mathcal{C}_f$ passe par le point $A(1 ; 1)$ et que $f'(1) = -3$.

- 1)
 - a. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A .
 - b. Tracer cette tangente sur le graphique ci-contre.
- 2) Lire graphiquement $f'(2)$ et en déduire l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.



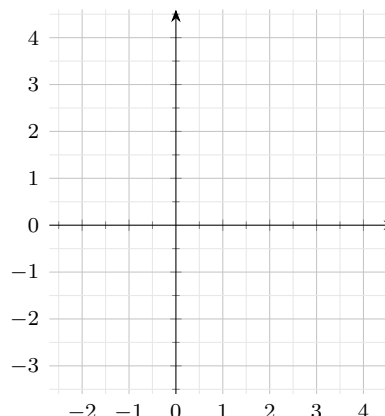
Exercice 3

2,5 points

Une fonction f est définie sur l'intervalle $[-2; 4]$ et vérifie :

- $f(-2) = 3$ et $f'(-2) = -4$;
- $f(1) = -1,5$ et $f'(1) = 0$;
- la tangente à sa courbe au point d'abscisse 3 a pour équation $y = -x + 4$.

Tracer une courbe possible pour f dans le repère ci-contre, en faisant apparaître les trois tangentes utilisées.



Exercice 4

3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 8x - 10$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Calculer $f'(1)$ à l'aide du taux d'accroissement de f entre 1 et $1 + h$, où h est un réel non nul.
- 2) Démontrer que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour équation $y = 2x - 15$.

Exercice 5

3,5 points

- 1) **Question de cours.** Soit a un réel. Montrer que la fonction carré $x \mapsto x^2$ est dérivable en a et que son nombre dérivé en a est égal à $2a$. En déduire que la fonction carré est dérivable sur $\mathbb{R}$ et donner sa fonction dérivée.
- 2) Soit g la fonction inverse, définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \frac{1}{x}$. Déterminer $g'(-2)$ par un calcul de taux d'accroissement.

Exercice 6

5 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 4}{x^2 - 2x + 2}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère.

- 1) **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 2x + 2 = 0$.
b. En déduire que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.
- 2) On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que, pour tout réel x , $f'(x) = \frac{-6x^2 + 12x}{(x^2 - 2x + 2)^2}$.
Calculer $f(2)$ et $f'(2)$.
- 3) Montrer que la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 2 a pour équation réduite $y = 4$.
- 4) **a.** Montrer que, pour tout réel x , $f(x) - 4 = \frac{-3(x-2)^2}{x^2 - 2x + 2}$.
b. Étudier le signe du quotient $Q = \frac{-3(x-2)^2}{x^2 - 2x + 2}$ suivant les valeurs de x .
c. En déduire la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la tangente (T) .