

Calculatrice autorisée

Exercice 1

7 points

Une agence de voyage propose trois types de transport pour se rendre à la cérémonie d'ouverture des jeux olympiques : l'avion, le train ou le bus. À chaque client qui achète un billet de transport, l'agence propose une assurance multirisque qui permet une indemnisation en cas de retard ou de vol de bagages. Une enquête montre que 55 % des clients choisissent l'avion, 40 % préfèrent le train. Les autres choisissent le bus. De plus, parmi les clients ayant choisi l'avion, 20 % ont souscrit l'assurance multirisque. Ils sont 8 % parmi ceux qui ont choisi le voyage en train et seulement 4 % parmi ceux qui ont choisi le bus.

On prend au hasard le dossier d'un client qui sera à la cérémonie d'ouverture. On note les événements :

A : « le client a acheté un billet d'avion », T : « le client a acheté un billet de train »,

B : « le client a acheté un billet de bus », S : « le client a souscrit l'assurance multirisque ».

- 1) Faire un arbre pondéré traduisant la situation.
- 2) Calculer la probabilité que le dossier choisi soit celui d'un client qui voyagera en train et qui a souscrit une assurance multirisque.
- 3) Déterminer $P(S)$ en donnant la formule utilisée.
- 4) On choisit le dossier d'un client qui a souscrit une assurance multirisque. Calculer la probabilité, arrondie au millièm, que ce client voyage en bus.

Exercice 2

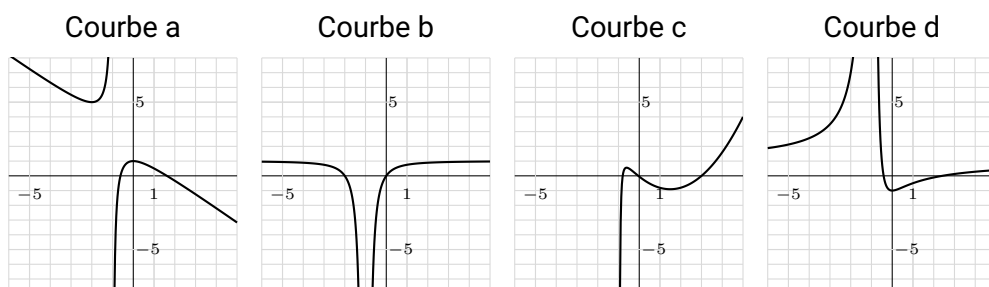
7 points

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$, et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

- a. La fonction f ne peut être définie que sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$.
- b. Les tangentes à la courbe de f sont horizontales en $x = -2$ et en $x = 0$.
- c. La tangente à la courbe de f en $x = 1$ admet pour équation $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$.
- d. f est croissante sur $] -1; 0]$.

- 2) Parmi les courbes suivantes, laquelle représente la dérivée de la fonction f ? Pourquoi ?



- 3) **Bonus (2 points)** : existe-t-il un point A d'abscisse a de la courbe $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente à $\mathcal{C}_f$ est parallèle à la droite $d : y = -8x$?

Exercice 3

6 points

Une entreprise produit des tablettes tactiles avec un maximum de production de 30 000 unités par mois. Soit x le nombre de milliers de tablettes produites. Le bénéfice de l'entreprise est alors donné, en milliers d'euros, par la fonction B définie sur $[0 ; 30]$ par $B(x) = \frac{1}{3}x^3 - 22x^2 + 384x$.

En utilisant la dérivée de la fonction B et un raisonnement complet et détaillé, déterminer la production à réaliser pour obtenir un bénéfice maximal, ainsi que ce bénéfice (arrondi à l'euro près).

Exercice 4

10 points

Une entreprise propose, pour recruter un nouvel employé, deux types de rémunération :

- Type 1 : salaire initial de 1 200 € par mois avec une augmentation annuelle du salaire mensuel de 100 €;
- Type 2 : salaire initial de 1 100 € par mois avec une augmentation annuelle du salaire mensuel de 8 %.

On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout entier $n \geq 1$, u_n représente le salaire mensuel de la n -ième année selon le contrat de type 1, et v_n le salaire mensuel de la n -ième année selon le contrat de type 2. Ainsi $u_1 = 1\,200$ et $v_1 = 1\,100$.

- 1) Calculer u_2 et v_2 .
- 2) On considère la feuille de calcul ci-contre.
 - a. Quelle formule, saisie en B3 et étirée sur la colonne B, permet d'obtenir les premiers termes de la suite (u_n) ?
 - b. Quelle formule, saisie en C3 et étirée sur la colonne C, permet d'obtenir les premiers termes de la suite (v_n) ?
- 3)
 - a. Donner la nature des suites (u_n) et (v_n) .
 - b. Donner les expressions de u_n et v_n en fonction de n . Attention : les suites démarrent au terme de rang 1.
- 4) Déterminer, à l'aide du tableur complété ci-contre, le premier entier naturel $n \geq 1$ tel que :
 $1100 \times 1,08^{n-1} > 1200 + 100(n-1)$. Interpréter ce résultat.
- 5)
 - a. Calculer $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ pour tout entier naturel $n \geq 1$.
 - b. Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 1$:
 $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n = 13\,750(1,08^n - 1)$.
 - c. On considère l'algorithme ci-dessous, dont l'exécution affiche 13. Expliquer ce que fait l'algorithme, ce que représentent les variables, et interpréter son résultat.

```

1 S = 1200 * 12
2 T = 1100 * 12
3 n = 1
4 while S >= T :
5     n = n + 1
6     S = S + (1200 + 100 * (n - 1)) * 12
7     T = T + (1100 * 1.08 ** (n - 1)) * 12
8 print(n)

```

	A	B	C
1	n	u _n	v _n
2	1	1200	1100
3	2	1300	1188
4	3	1400	1283,04
5	4	1500	1385,6832
6	5	1600	1496,537856
7	6	1700	1616,260884
8	7	1800	1745,561755
9	8	1900	1885,206696
10	9	2000	2036,023231
11	10	2100	2198,90509
12	11	2200	2374,817497
13	12	2300	2564,802897
14	13	2400	2769,987129
15	14	2500	2991,586099
16	15	2600	3230,912987
17	16	2700	3489,386026
18	17	2800	3768,536908
19	18	2900	4070,01986
20	19	3000	4395,621449
21	20	3100	4747,271165
22	21	3200	5127,052858
23	22	3300	5537,217087
24	23	3400	5980,194454
25	24	3500	6458,61001
26	25	3600	6975,298811
27	26	3700	7533,322716
28	27	3800	8135,988533
29	28	3900	8786,867616
30	29	4000	9489,817025
31	30	4100	10249,00239
32	31	4200	11068,92258
33	32	4300	11954,43638
34	33	4400	12910,79129
35	34	4500	13943,6546
36	35	4600	15059,14697
37	36	4700	16263,87872
38	37	4800	17564,98902
39	38	4900	18970,18814
40	39	5000	20487,80319
41	40	5100	22126,82745
42	41	5200	23896,97365
43	42	5300	25808,73154
44	43	5400	27873,43006
45	44	5500	30103,30447
46	45	5600	32511,56882