

Calculatrice autorisée

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des quatre réponses proposées est correcte : l'entourer. Aucune justification n'est demandée, mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon. Chaque réponse correcte rapporte 1 point; une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

- 1) Soit f une fonction telle que, pour tout nombre réel h non nul, $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h^2 + 3h - 1$. Alors $f'(1)$ est égal à :

a. -1 b. $3h^2 + 3h - 1$ c. 3 d. on ne peut pas savoir

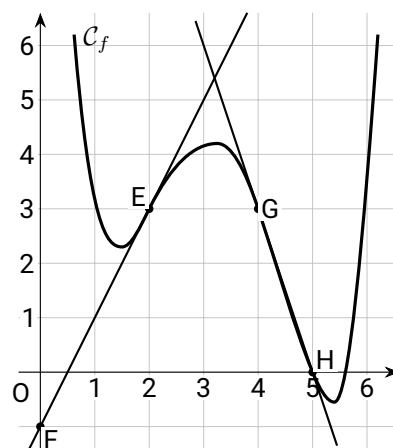
- 2) On a tracé ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f dans un repère orthonormé, ainsi que deux de ses tangentes : au point E d'abscisse 2 et au point G d'abscisse 4.

Les coordonnées des points E, F, G et H peuvent être lues graphiquement : ce sont des entiers.

La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E est la droite (EF); la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point G est la droite (GH).

On note f' la fonction dérivée de f .

a. $f'(4) = 3$ b. $f'(4) = -\frac{1}{3}$
c. $f'(2) = 2$ d. $f'(2) = -\frac{1}{2}$



- 3) On souhaite modéliser le niveau de la mer par une suite (u_n) de façon que u_0 représente le niveau de la mer, en mm, en 2003 et que u_n représente le niveau de la mer, en mm, n années après 2003. D'après un site de climatologie, on constate une hausse assez rapide du niveau de la mer, que l'on estime à 3,4 mm par an depuis 2003. Pour traduire ce constat, la suite (u_n) doit être :

a. une suite géométrique de raison 1,034 b. une suite géométrique de raison 3,4
c. une suite arithmétique de raison 3,4 d. une suite arithmétique de raison 1,034

- 4) La somme $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2020$ est égale à :

a. 2 040 200 b. 2 041 210 c. 2 042 220,5 d. 4 082 420

- 5) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n - 5$. Un algorithme permettant de calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{37}$ est :

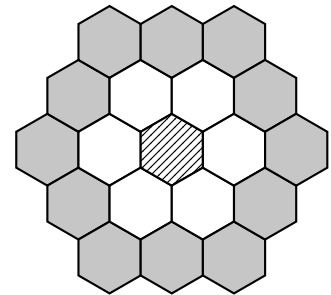
a. $U = -2$ $S = 0$ Pour i de 1 à 37 $U \leftarrow 2U - 5$ $S \leftarrow S + U$ Fin Pour	b. $U = -2$ $S = 0$ Pour i de 1 à 36 $U \leftarrow 2U - 5$ $S \leftarrow S + U$ Fin Pour	c. $U = -2$ $S = -2$ Pour i de 1 à 37 $S \leftarrow S + U$ $U \leftarrow 2U - 5$ Fin Pour	d. $U = -2$ $S = -2$ Pour i de 1 à 37 $U \leftarrow 2U - 5$ $S \leftarrow S + U$ Fin Pour
---	---	--	--

Exercice 2

6 points

Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce. Le carrelage choisi a une forme hexagonale. L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :

- à l'étape 1, il entoure le carreau central à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme ;
- à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.



On note, pour tout entier $n \geq 1$, v_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n -ième étape. Ainsi $v_1 = 6$ et $v_2 = 12$.

- 1) Quelle est la valeur de v_3 ?
- 2) On admet que la suite $(v_n)_{n \geq 1}$ est arithmétique de raison 6. Exprimer, pour tout $n \geq 1$, v_n en fonction de n .
- 3) Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 6 ? Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 6 (en comptant le carreau central initial) ?
- 4) On pose $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$. Montrer que $S_n = 6(1 + 2 + 3 + \dots + n)$, puis que $S_n = 3n^2 + 3n$.
- 5) Si l'on compte le carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la n -ième étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$. À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 3 169^e carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?

Exercice 3

6 points

Un service de vidéos à la demande réfléchit au lancement d'une nouvelle série, mise en ligne chaque semaine, qui aurait pour sujet le quotidien de jeunes gens favorisés. Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 220 000. Ce nombre augmenterait ensuite de 3 % chaque semaine. Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 500 000 visionnages par semaine.

On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 220\,000$.

- 1) Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
- 2) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_n = 220\,000 \times 1,03^n$.
- 3) Déterminer le nombre de visionnages 12 semaines après le début de la diffusion (arrondir à l'unité).
- 4) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
- 5)
 - a. Compléter la fonction écrite en langage Python ci-contre afin qu'elle renvoie le nombre de semaines au bout duquel le nombre de visionnages sera d'au moins 500 000 par semaine.
 - b. Donner la valeur renvoyée et conclure.

```

1 def seuil():
2     u = 220000
3     n = 0
4     while u .....:
5         n = n + 1
6         u = .....
7     return n
    
```

Exercice 4

4 points

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier la réponse.

Affirmation 1 : « La valeur exacte de la somme $S = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{18}$ est $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{18}$. »

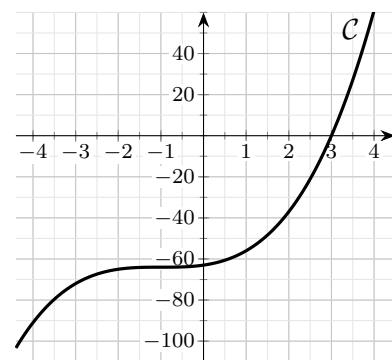
Affirmation 2 : « Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1. »

Exercice 5

4 points

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 63$. On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

- 1) Déterminer $g'(x)$.
- 2) Justifier que la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse -1 est la droite D d'équation $y = -64$.
- 3) Déterminer en quels points de la courbe $\mathcal{C}$ la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 3x - 100$.



Facultatif (uniquement s'il reste du temps). Dans un repère orthonormé, P est la parabole d'équation $y = x^2$ et A le point de coordonnées $(1; -2)$. Pierre affirme qu'il existe deux tangentes à P passant par A . Vrai ou faux? Justifier la réponse.