

Calculatrice autorisée

### Exercice 1

4 points

Donner l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de chacune des fonctions suivantes, puis calculer sa dérivée :

$$h(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{2x - 5} \quad \text{et} \quad i(x) = (3x - 4)\sqrt{x}.$$

### Exercice 2

16 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $D_f = ]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}.$$

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Montrer que, pour tout  $x \in D_f$ ,  $f(x) = -x + 3 - \frac{4}{x - 1}$ .
- 2) On note  $\Delta$  la droite d'équation  $y = -x + 3$ . Étudier la position relative de  $\mathcal{C}_f$  et de  $\Delta$ .
- 3) On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  sur  $D_f$ . Montrer que, pour tout  $x \in D_f$ ,

$$f'(x) = \frac{-(x + 1)(x - 3)}{(x - 1)^2}.$$

- 4) Étudier le signe de  $f'(x)$  selon les valeurs de  $x \in D_f$ , puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$ .
- 5) Déterminer une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2.
- 6) Existe-t-il une tangente à  $\mathcal{C}_f$  de coefficient directeur égal à  $-1$ ? Justifier.
- 7) Dans un repère orthogonal, tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$  ainsi que la droite  $\Delta$ .
- 8) Dans un nouveau repère, tracer la courbe représentative de la fonction  $g$  définie sur  $D_f$  par  $g(x) = |f(x)|$ .