

Calculatrice autorisée

Exercice 1

3 points

Soit (V_n) la suite arithmétique telle que $V_3 = 22$ et $V_{18} = 97$.

- 1) Déterminer sa raison et son terme initial V_0 .
- 2) Calculer $S = V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_{100}$.

Exercice 2

3 points

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = 4 - 0,5^n$.

- 1) Étudier le sens de variation de la suite (U_n) .
- 2) Déterminer la limite de la suite (U_n) .

Exercice 3

7 points

Une agence de presse a la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes, dans le but de mieux faire connaître les différents événements qui s'y déroulent. Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population. Une étude de marché estime à 1 200 le nombre de journaux vendus lors du lancement du journal, avec une progression des ventes de 2 % chaque semaine pour les éditions suivantes. L'agence souhaite dépasser les 4 000 journaux vendus par semaine.

On modélise cette situation par une suite (U_n) où U_n représente le nombre de journaux vendus n semaines après le début de l'opération. On a donc $U_0 = 1\,200$.

- 1) Calculer le nombre U_1 de journaux vendus une semaine après le début de l'opération.
- 2) Écrire, pour tout entier naturel n , l'expression de U_n en fonction de n .
- 3) Déterminer à partir de combien de semaines le nombre de journaux vendus sera supérieur à 1 500.

- 4) Voici un programme écrit en Python :

```
1 U = 1200
2 N = 0
3 while U < 4000:
4     N = N + 1
5     U = 1.02 * U
6 print(N)
```

- a. Déterminer la valeur de N affichée par ce programme. (On fera un tableau.)
 - b. Interpréter le résultat précédent.
 - c. Transformer ce programme en une fonction Python `semaines(s)` qui renvoie le nombre de semaines à partir duquel le nombre de journaux vendus atteint au moins s .
- 5) On pose, pour tout entier naturel n , $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
 - a. Démontrer que $S_n = 60\,000 \left[(1,02)^{n+1} - 1 \right]$.
 - b. Dédire de la question précédente le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Exercice 4**7 points**

Dans une ville, un service périscolaire comptabilise 150 élèves inscrits en septembre 2014. On admet que, chaque année, 80 % des élèves inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante et qu'il y aura 40 nouveaux élèves inscrits. La capacité d'accueil du périscolaire est de 190 élèves maximum.

On modélise cette situation par une suite numérique (U_n) où U_n représente le nombre d'élèves inscrits au périscolaire en septembre de l'année $2014+n$, avec n un nombre entier naturel. On a donc $U_0 = 150$.

- 1) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au périscolaire en septembre 2015.
- 2) Justifier que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,8 U_n + 40$.
- 3) On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 200$.
 - a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $U_n = 200 - 50 \times 0,8^n$.
- 4)
 - a. Écrire une fonction Python renvoyant le terme de rang N de la suite (U_n) , N étant donné par l'utilisateur. On écrira aussi le programme principal.
 - b. Écrire une fonction Python renvoyant le plus petit entier n tel que $U_n > 190$.
- 5)
 - a. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que $200 - 50 \times 0,8^n > 190$.
 - b. À partir de quelle année la directrice du périscolaire sera-t-elle obligée de refuser des inscriptions faute de places disponibles ?