

Calculatrice interdite

Exercice 1

5 points

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

- 1) Résoudre l'équation $-3x^2 - 5x + 2 = 0$, puis factoriser, si possible, le polynôme associé.
- 2) La suite (t_n) est définie pour tout entier naturel n par $t_n = 5^n$. Étudier son sens de variation.
- 3) On considère la suite (w_n) définie par $w_0 = 4$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = \frac{2w_n + 1}{w_n + 5}$. Calculer w_1 et w_2 .

Exercice 2

8 points

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies, pour tout entier naturel n , par :

$$u_n = -3n + 1 \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = v_n - (n-1)^2 \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On donne ci-contre une fonction w écrite en langage Python.

- 1)
 - a. Déterminer les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n) .
 - b. Calculer le 20^e terme de la suite (u_n) .
- 2)
 - a. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ? Justifier la réponse.
 - b. Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.
- 3)
 - a. Appliquer l'algorithme avec $n = 3$. Qu'affiche la fonction w ?
 - b. Définir la suite (w_n) associée à cet algorithme.

```
1 def w(n):
2     w = 1
3     for i in range(1, n+1):
4         w = 3 * w + 2
5     print(w)
```

Exercice 3

7 points

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{n+4}{n+2}$.

- 1)
 - a. Exprimer, pour tout entier naturel n , $u_n - 1$ en fonction de n . Donner le résultat sous la forme d'une fraction.
 - b. Calculer $u_{99} - 1$, $u_{999} - 1$ et $u_{99999} - 1$.
Que peut-on conjecturer pour les termes de la suite (u_n) lorsque n devient de plus en plus grand?
- 2) Étudier le sens de variation de la suite (u_n) . On étudiera le signe de $u_{n+1} - u_n$ pour tout entier naturel n .
- 3) Soit a un nombre réel de l'intervalle $]1; 2]$. Recopier et compléter sur la copie le programme Python ci-contre pour qu'il renvoie le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leq a$.

```
1 def seuil(a):
2     n = 0
3     while (n+4)/(n+2) > a:
4         n = n + 1
5     return n
```