

Calculatrice autorisée

Exercice 1

5 points

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = 2$.

- 1) Exprimer u_n en fonction de n , puis calculer u_{50} .
- 2) Étudier les variations de la suite (u_n) .
- 3) Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{50}$.

Exercice 2

2 points

La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_0 = 3$ et par l'algorithme ci-dessous, donné en langage naturel et en Python, qui crée la liste des termes de la suite de u_0 à u_n .

```

U ← 3
L ← [U]
Pour i variant de 1 à n
    U ← 2 × U - 1
    L ← L + [U]
Fin Pour
    
```

```

1 def suite_U(n):
2     U = 3
3     L = [U]
4     for i in range(1, n+1):
5         U = 2*U - 1
6         L.append(U)
7     return L
    
```

- 1) Déterminer ce que contient la variable L en fin d'algorithme pour $n = 5$ (sans justifier les calculs).
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n .

Exercice 3

5 points

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.

- 1) Compléter le programme ci-contre afin que la fonction Python renvoie la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.
- 2)
 - a. Rappeler la formule, pour $q \neq 1$:
 $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \dots$
 - b. Calculer à la main $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.

```

1 def suite_somme():
2     U = 5
3     S = .....
4     for i in range(.....):
5         U = .....
6         S = .....
7     return S
    
```

Exercice 4

8 points

Un scientifique étudie l'évolution d'une population de rongeurs. Il a commencé son étude en 2010 avec une population de 300 rongeurs. Puis il a constaté que la population diminue de 10 % tous les ans. Pour tenter de sauvegarder cette espèce, il ajoute chaque année 10 rongeurs à la population.

On note u_0 le nombre de rongeurs en 2010 et u_n le nombre de rongeurs en 2010 + n .

- 1) Justifier que la suite (u_n) est définie par $u_0 = 300$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9 u_n + 10$.
- 2)
 - a. Calculer u_1 et u_2 .
 - b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Démontrer votre réponse.
- 3) On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 100$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 - a. Calculer v_0 , v_1 et v_2 .
 - b. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9.
 - c. Exprimer v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .
- 4) À l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année la population aura diminué de moitié.

Exercice 5

bonus

Déterminer 9 nombres impairs consécutifs sachant que leur somme est 153.