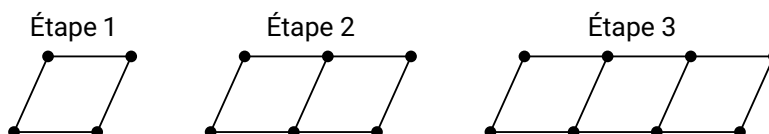


Calculatrice autorisée

Exercice 1

7 points

On effectue les constructions suivantes à l'aide de billes reliées par des tiges :



On note t_n le nombre de tiges utilisées à la n -ième étape, pour $n \geq 1$.

- 1) Calculer les quatre premiers termes de la suite (t_n) .
- 2) Quelle est la nature de la suite (t_n) ? Préciser ses caractéristiques.
- 3) Exprimer t_n en fonction de n . *Attention à ne pas décaler les rangs : le premier terme est t_1 .*
- 4)
 - a. À quelle étape utilise-t-on 625 tiges ?
 - b. Combien aura-t-on utilisé de tiges au total de l'étape 1 jusqu'à cette étape (celle de la question a.) incluse ?
 - c. *Bonus* : combien de billes aura-t-on utilisé au total jusqu'à cette même étape ?

Exercice 2

9 points

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

- 1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- 2) Compléter (sur le sujet) la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie u_n pour un entier n choisi par l'utilisateur.

```

1 def u(n):
2     u = .....
3     for i in range(n):
4         u = .....
5     return ...

```

Image 1

	A	B
1	n	u
2	0	2
3	$=A2+1$	
4		
5		
6		
7		
8		
9		

3) On souhaite maintenant afficher les termes de la suite dans un tableur. Pour cela, on entre en A3 la formule visible sur l'image 1, que l'on étire vers le bas afin d'obtenir les entiers n dans la colonne A.

- Quelle formule faut-il entrer en B3, à étirer ensuite vers le bas, pour obtenir les termes de la suite (u_n) dans la colonne B ?
- On a entré cette formule et obtenu le tableau ci-contre (image 2). Conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n) à partir de ce tableau.

4) On pose $v_n = u_n + 6$ pour tout entier naturel n .

- Calculer v_0 .
- Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.
- Exprimer v_n en fonction de n , puis en déduire que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = \frac{8}{2^n} - 6.$$

- Démontrer le sens de variation de la suite (u_n) conjecturé à la question 3)b.

Image 2

	A	B
1	n	u
2	0	2
3	1	-2
4	2	-4
5	3	-5
6	4	-5,5
7	5	-5,75
8	6	-5,875
9	7	-5,9375
10	8	-5,96875
11	9	-5,984375
12	10	-5,9921875
13	11	-5,99609375
14	12	-5,998046875
15	13	-5,999023438
16	14	-5,999511719
17	15	-5,999755859
18	16	-5,999877793
19	17	-5,999938965
20	18	-5,999969482
21	19	-5,999984741
22	20	-5,999992371
23	21	-5,999996185
24	22	-5,999998093
25	23	-5,999999046
26	24	-5,999999523
27	25	-5,999999762
28	26	-5,999999881
29	27	-5,99999994
30	28	-5,99999997
31	29	-5,999999985
32	30	-5,999999993

Exercice 3

4 points

1) Calculer en valeur exacte la somme

$$S = 16 + 8 + 4 + 2 + \dots + \frac{1}{262144}.$$

On détaillera chaque étape du raisonnement.

2) Compléter (sur le sujet) la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie la somme S de la question 1).

```

1 def somme():
2     u = .....
3     s = .....
4     n = 0
5     while n < .....:
6         u = .....
7         s = .....
8         n = n + 1
9     return s

```