

Calculatrice autorisée

Exercice 1

5 points

- 1) Dans un repère orthogonal du plan, on considère la parabole d'équation $y = 5(x + 4)^2 - 9$.
Déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole et une équation de son axe de symétrie.
- 2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 3(x - 7)^2$.
Dresser le tableau de variations de f en justifiant.
- 3) Soit f une fonction polynôme du second degré. Sa parabole représentative a pour sommet $S(1; -2)$ et passe par le point $A(3; 4)$.
Déterminer la forme canonique de $f(x)$.

Exercice 2

4 points

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x - 3)(-x^2 + x - 2) \leq 0$.
- 2) Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 7$ et $g(x) = -x^2 + 3x - 1$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs paraboles représentatives dans un repère du plan.
Déterminer, par le calcul, sur quel(s) intervalle(s) la parabole $\mathcal{C}_f$ est située au-dessus de $\mathcal{C}_g$.

Exercice 3

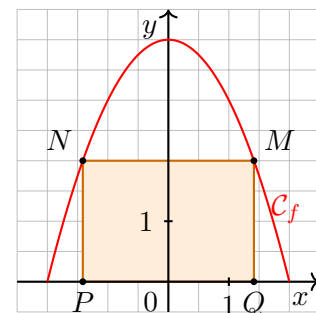
4 points

On considère la fonction f définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = 4 - x^2$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

Pour $x \in [0; 2]$, on note :

- P et Q les points de l'axe des abscisses d'abscisses respectives $-x$ et x ;
- M et N les points de $\mathcal{C}_f$ d'abscisses respectives x et $-x$.

On s'intéresse au périmètre $p(x)$ du rectangle $MNPQ$.



- 1) Montrer que, pour tout $x \in [0; 2]$, $p(x) = -2x^2 + 4x + 8$.
- 2) Dresser le tableau de variations de la fonction p sur $[0; 2]$ en justifiant.
- 3)
 - a. En déduire la valeur de x pour laquelle le périmètre du rectangle $MNPQ$ est maximal.
 - b. Quel est alors ce périmètre maximal ?

Exercice 4

4 points

1) Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 4n$.

Montrer que la suite (u_n) est croissante à partir d'un certain rang que l'on précisera.

2) Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = \frac{n-3}{2n+1}$.

a. Calculer w_0, w_1, w_2 et w_3 .

b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = \frac{1}{2} - \frac{7}{2(2n+1)}$.

c. En utilisant cette écriture, déterminer le sens de variation de la suite (w_n) et justifier que $w_n < \frac{1}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d. Déterminer, par le calcul, le plus petit entier n tel que $w_n \geq 0,49$.

Exercice 5

3 points

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 0,4 u_n + 6 \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = 5n + 6.$$

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	3	6
3	1		
4	2		

```

1 def seuil():
2     n = 0
3     u = 3
4     while .....:
5         u = .....
6         n = n + 1
7     return n

```

1) On utilise un tableur (ci-contre) pour obtenir les termes de ces deux suites; les formules saisies en B3 et C3 sont ensuite recopiées vers le bas. Compléter :

Formule saisie en B3 :

Formule saisie en C3 :

2) À l'aide de la calculatrice, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n) .

3) a. Compléter la fonction Python ci-contre afin qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq 9,99$.

b. Quelle valeur cette fonction renvoie-t-elle?