

Calculatrice interdite

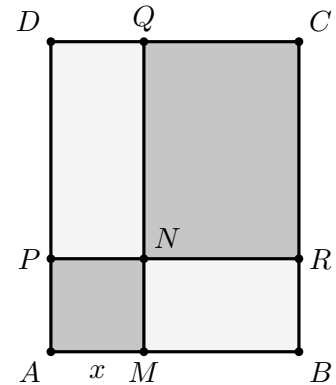
Exercice 1

6 points

La figure ci-contre représente un panneau rectangulaire de 8 mètres ($AB = 8$) sur 10 mètres ($BC = 10$), partagé en quatre zones : un carré $AMNP$ et trois rectangles $MBRN$, $NRCQ$ et $PNQD$. Deux artistes veulent s'exprimer sur ce panneau : Amélie sur la zone claire et Wilson sur la zone foncée.

Problème : quelles sont les positions possibles du point M sur le segment $[AB]$ pour que l'aire de la zone attribuée à Amélie soit supérieure ou égale à celle de la zone attribuée à Wilson ?

On note x la distance AM ; ainsi $x \in [0 ; 8]$.



- 1) Justifier que $MB = 8 - x$ et donner la longueur PD en fonction de x .
- 2) Exprimer, en fonction de x , l'aire de chacune des deux zones (la claire et la foncée). On donnera les résultats sous forme développée.
- 3) Montrer que résoudre le problème revient à résoudre l'inéquation $x^2 - 9x + 20 \leq 0$ sur l'intervalle $[0 ; 8]$.
- 4)
 - a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 9x + 20 = 0$.
 - b. En déduire le tableau de signes de $x^2 - 9x + 20$ sur $[0 ; 8]$, puis répondre au problème posé.

Exercice 2

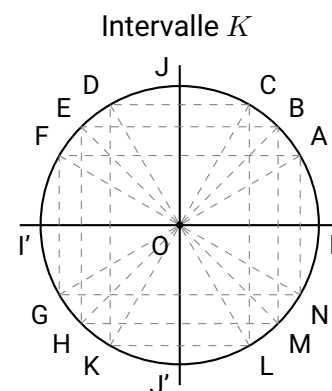
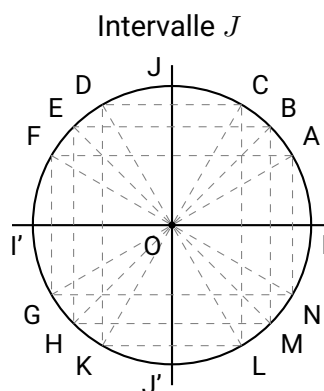
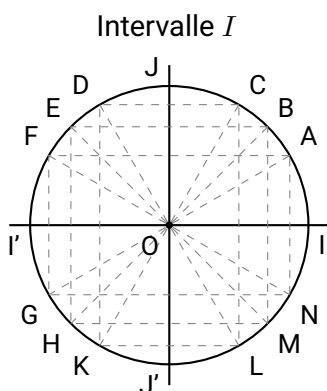
9 points + bonus

- 1) Sur chacun des cercles trigonométriques ci-dessous, colorier l'arc décrit par l'intervalle correspondant :

$$I = \left[-\frac{\pi}{4} ; \frac{5\pi}{4} \right]$$

$$J = \left[\frac{4\pi}{3} ; \frac{13\pi}{6} \right]$$

$$K = \left[-\frac{7\pi}{6} ; -\frac{3\pi}{4} \right]$$



- 2) Déterminer la valeur exacte de $\cos(x)$ sachant que $\sin(x) = \frac{2}{3}$ et $x \in \left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$.
- 3) Déterminer la valeur exacte de $\sin(x)$ sachant que $\cos(x) = -\frac{1}{5}$ et $x \in [-\pi ; 0]$.

4) Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$:

a. $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b. $2 \sin(x) + \sqrt{3} < 0$

c. $-\frac{1}{2} \leq \cos(x) \leq \frac{1}{2}$

5) Simplifier au maximum, pour tout réel x :

$$A = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - 4 \cos(\pi - x) + \sin(x + 2\pi).$$

6) *Bonus.* Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ l'équation : $-2 \sin^2(x) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sin(x) + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0.$

Exercice 3

5 points

1) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = -2u_n + 3n$.
Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4 .

2) On considère la suite (v_n) définie par la fonction Python ci-contre, qui renvoie v_n .

a. Donner v_0 et exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .

b. Déterminer v_4 .

```
1 def v(n):
2     v = -2
3     for i in range(n):
4         v = -7*v + 1
5     return v
```

3) Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_{n+1} = w_n + 3$. On sait que $w_{10} = 42$; retrouver w_0 .