

Calculatrice interdite

Exercice 1

1,5 point

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{2x+7} = x+2$. On précisera pour quelles valeurs de x l'équation a un sens et on justifiera chaque étape du raisonnement.

Exercice 2

3 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes, après avoir précisé l'ensemble des réels pour lesquels elles sont définies :

1) $\frac{3x^2 + 7x - 6}{4x^2 + 3x - 10} \geq 0$

2) $1 + \frac{2}{3x+1} < \frac{1}{x-5}$

Exercice 3

1,5 point

Un rectangle a pour périmètre 36 cm et pour aire 32 cm^2 . Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice 4

3 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes en utilisant le changement de variable indiqué.

1) $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 - \frac{5x}{2x-2} + 1 = 0$ en posant $X = \frac{x}{x-1}$.

2) $(x^2 - x - 1)^2 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ en posant $X = x^2 - x - 1$.

Exercice 5

3 points

On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(x^2 - 3x - 5)^2 - 3(x^2 - 3x - 5) - 5 = x. \quad (E)$$

1) On note $P(x) = x^2 - 3x - 5$. Résoudre l'équation $P(x) = x$.

2) Justifier que (E) équivaut à $P(P(x)) = x$.

3) On note $Q(x) = P(P(x)) - x$. On admet qu'il existe deux réels a et c tels que, pour tout réel x ,

$$Q(x) = (x-5)(x+1)(ax^2 - 2x + c).$$

Justifier que $a = 1$ et $c = -7$.

4) En déduire les solutions de l'équation (E) .

Exercice 6

3 points

Dans un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5. On admet qu'un point $M(x; y)$ appartient à $\mathcal{C}$ si et seulement si $x^2 + y^2 = 25$.

- 1) Faire une figure, sur laquelle on tracera aussi la droite d d'équation $y = x + 1$.
- 2) Montrer que l'abscisse x d'un point commun à $\mathcal{C}$ et d vérifie $x^2 + x - 12 = 0$.
- 3) En déduire les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et d .
- 4) Pour un réel p , on note d_p la droite d'équation $y = x + p$. Déterminer les valeurs de p pour lesquelles d_p coupe $\mathcal{C}$ en deux points distincts.

Exercice 7

5 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque bonne réponse rapporte 0,5 point; une réponse fausse ou absente ne retire pas de point.

- 1) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 4x - 5$:
 - a. est croissante sur $[-2; +\infty[$
 - b. admet un minimum égal à -7
 - c. admet un maximum égal à $f(-1)$
- 2) Le discriminant de $-2x^2 - 7x + 1$ est égal à :
 - a. 41
 - b. 57
 - c. -41
- 3) Le discriminant de $4x^2 - 3x$ est égal à :
 - a. -7
 - b. 9
 - c. -9
- 4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2(x - 1)(x + 2)$.
 - a. Le discriminant de $g(x)$ est strictement négatif.
 - b. La parabole représentant g est tournée vers le bas.
 - c. La parabole de g est strictement au-dessous de l'axe des abscisses sur $] -2; 1[$.
- 5) Le trinôme $x^2 + x - 2$ est positif ou nul :
 - a. si $x \in]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$
 - b. si $x \in [-2; 1]$
 - c. pour tout réel x
- 6) La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -x^2 + 10x - 9$:
 - a. a un discriminant négatif
 - b. s'annule en 1 et en 9
 - c. est croissante sur $[5; +\infty[$
- 7) L'équation $2,5x^2 - 5x + 2 = 0$:
 - a. a pour solution $\frac{-5 + \sqrt{5}}{5}$
 - b. n'a pas de solution
 - c. a deux solutions $\frac{5 - \sqrt{5}}{5}$ et $\frac{5 + \sqrt{5}}{5}$
- 8) L'équation $(2x + 1)^2 - 7x^2 = -9x + 5$:
 - a. n'a pas de solution
 - b. a deux solutions
 - c. a une seule solution
- 9) Soit b un nombre réel. L'équation $-2x^2 + bx - 15 = 0$:
 - a. peut n'avoir aucune solution
 - b. a deux solutions dès que $b > 0$
 - c. a deux solutions pour tout réel b
- 10) L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x^2 + 9x + 6 \geq 0$ est :
 - a. $[-2; -1]$
 - b. $] -\infty; -2] \cup [-1; +\infty[$
 - c. l'ensemble vide