

Calculatrice autorisée

Exercice 1

3 points

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier rapidement chaque réponse.

- 1) Pour tout réel x , $9x^2 - 6x + 2 > 0$.
- 2) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 1$ a pour minimum 7.
- 3) (*) Si le trinôme $ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$) admet deux racines x_1 et x_2 , alors :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}.$$

Aide : pour additionner deux fractions, on les met au même dénominateur.

Exercice 2

4 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

- 1) $x^2 + 4x = -2x - 9$
- 2) $4x^2 + 3x > 0$
- 3) $-x^2 + 5x - 4 \geq 0$

Exercice 3

5 points

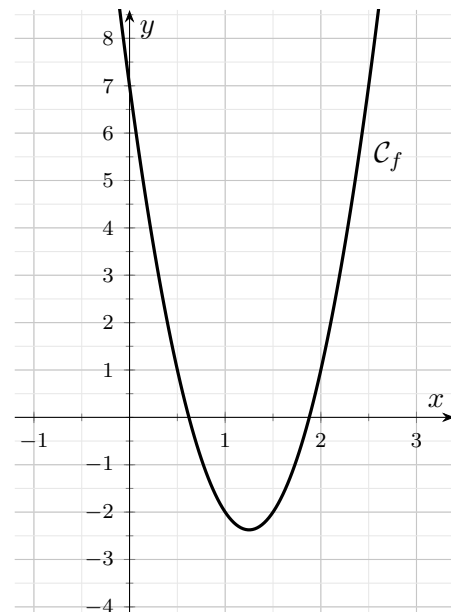
On considère les fonctions f et g définies pour tout réel x par $f(x) = 6x^2 - 15x + 7$ et $g(x) = 4x - 3$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leurs courbes représentatives. La courbe $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-contre.

A. Étude graphique

- 1) Compléter le graphique ci-contre en y traçant $\mathcal{C}_g$.
- 2) Avec la précision permise par le graphique, donner :
 - a. les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$;
 - b. l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

B. Étude algébrique

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 0$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}_f$?
- 2) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. En déduire les coordonnées exactes des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- 3) Déterminer par le calcul les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. Expliquer votre démarche.



Exercice 4

4 points

$ABCD$ est un carré de côté 10 cm et x est un nombre réel.

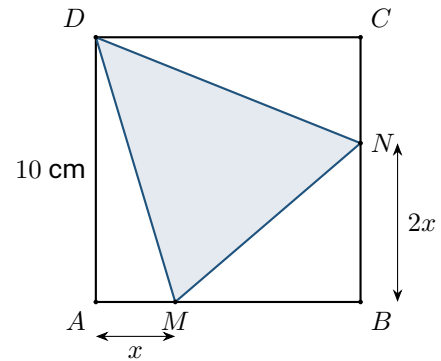
On place le point M du segment $[AB]$ tel que $AM = x$ et le point N du segment $[BC]$ tel que $BN = 2x$.

- 1) À quel intervalle appartient x ?
- 2) Calculer l'aire du triangle DMN pour $x = 1$.
- 3) (*) Montrer que l'aire du triangle DMN , en cm^2 , est égale à $x^2 - 5x + 50$.

On pourra admettre ce résultat pour la suite.

- 4) On veut que l'aire du triangle DMN soit égale à 45 % de l'aire du carré. Où doit-on placer le point M ?

On arrondira au millimètre si besoin. Toute recherche sera valorisée.



Exercice 5

4 points

Dans une parfumerie, on remet à chaque client un échantillon de parfum gratuit lors du passage en caisse. Parmi les échantillons disponibles :

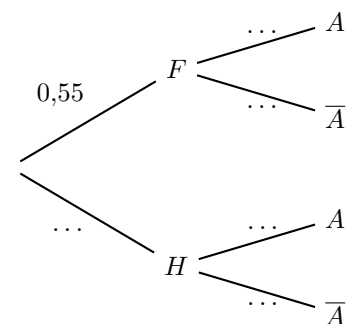
- 55 % sont des parfums pour femme, les autres sont des parfums pour homme ;
- 48 % des parfums pour homme sont de la marque Alpha ;
- 12 % des parfums pour femme sont de la marque Alpha.

L'hôtesse de caisse choisit un échantillon au hasard ; on admet que chaque échantillon a la même probabilité d'être choisi. On définit les événements suivants :

- F : « l'échantillon choisi est un parfum pour femme » ;
- H : « l'échantillon choisi est un parfum pour homme » ;
- A : « l'échantillon choisi est de la marque Alpha ».

On note $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .

- 1) Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-contre.
- 2) Définir par une phrase l'évènement $H \cap A$, puis calculer sa probabilité.
- 3) Montrer que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,282.
- 4) Calculer la probabilité que l'échantillon soit un parfum pour homme sachant qu'il est de la marque Alpha. On arrondira le résultat au millièème.



(*) : question plus difficile.