

Calculatrice interdite

Exercice 1

2 points

On considère la fonction polynôme f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 6x - 1$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Calculer la fonction dérivée de f et donner le résultat sous la forme la plus factorisée possible.
- 2) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

Exercice 2

6 points

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer la dérivée en simplifiant au maximum, puis répondre à la question posée.

- 1) $f(x) = (x^2 + 5)\sqrt{x}$ pour $x \in]0; +\infty[$.
Expliquer pourquoi la courbe représentative de f n'admet aucune tangente horizontale.
- 2) $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$ pour $x \in \mathbb{R}$.
Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1.
- 3) $h(x) = \sqrt{5x + 6}$ pour $x \in]-\frac{6}{5}; +\infty[$.
Déterminer l'abscisse du point de la courbe $\mathcal{C}_h$ en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = \frac{5}{8}x + 4$.

Exercice 3

2 points

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x}$.

- 1) Étudier la dérivabilité de f en 0 en revenant à la définition de cette notion.
- 2) Donner l'expression de la fonction dérivée de f sur son ensemble de dérivabilité, en la simplifiant le plus possible.

Exercice 4

6 points

On considère une fonction polynôme du second degré f vérifiant $f(3) = -1$, $f(5) = -1$ et admettant un maximum égal à 1.

- 1) Effectuer un dessin rapide de la courbe représentative de f .
- 2) Quel est le nom d'une telle courbe? Donner l'équation de son axe de symétrie et les coordonnées de son sommet.
- 3) Rechercher l'expression de $f(x)$ sous forme canonique.
- 4) Développer cette expression et montrer que l'on a $f(x) = -2x^2 + 16x - 31$.
- 5) Résoudre l'équation $f(x) = -7$.
- 6) Résoudre l'inéquation $f(x) > -7$.

Exercice 5

4 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{3x - 1}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
- 2) Expliquer pourquoi f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$ et calculer sa dérivée.
- 3) Déterminer les abscisses des points où $\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale.