

Exercice 1

3 points

On utilise les deux parallélogrammes (attention à l'ordre des sommets) :

- $ABCD$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;
- $CDEF$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{FE}$.

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DC}.$$

Or $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}$. Donc

$$\boxed{\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EA}}.$$

Autre rédaction possible : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$ donnent $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$: le quadrilatère $ABFE$ est un parallélogramme, donc ses côtés opposés $[FB]$ et $[EA]$ vérifient $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EA}$.

Exercice 2

2 points

On remplace $-\overrightarrow{BA}$ par $\overrightarrow{AB}$, puis on regroupe avec la relation de Chasles :

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} &= 2\overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{AC} \\ &= 2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \\ &= 2(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) \\ &= 2\overrightarrow{AD}. \end{aligned}$$

Donc $\boxed{2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD}}.$

Exercice 3

4 points

On a $-6,3 < -4,1 < 0$: les deux nombres sont **négatifs**, ce qui permet d'utiliser le sens de variation de chaque fonction sur un intervalle de nombres négatifs.

- 1) La fonction carré est **strictement décroissante** sur $] -\infty ; 0]$: elle range les images dans l'ordre inverse des antécédents. Comme $-6,3 < -4,1$ et que ces deux nombres sont dans $] -\infty ; 0]$:

$$\boxed{(-6,3)^2 > (-4,1)^2}.$$

- 2) La fonction cube est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$: elle conserve l'ordre. Comme $-6,3 < -4,1$:

$$\boxed{(-6,3)^3 < (-4,1)^3}.$$

- 3) La fonction inverse est **strictement décroissante** sur $] -\infty ; 0[$: elle inverse l'ordre sur cet inter-

valle. Comme $-6,3 < -4,1$ et que ces deux nombres sont dans $] -\infty ; 0[$:

$$\frac{1}{-6,3} > \frac{1}{-4,1}.$$

Vérification : $(-6,3)^2 = 39,69 > 16,81 = (-4,1)^2$; $(-6,3)^3 = -250,047 < -68,921 = (-4,1)^3$; $\frac{1}{-6,3} \approx -0,159 > -0,244 \approx \frac{1}{-4,1}$.

Exercice 4

6 points

1) a. On étudie le signe de chaque facteur :

• $3x - 2 > 0 \iff x > \frac{2}{3}$, et $3x - 2 = 0 \iff x = \frac{2}{3}$;

• $4 - 5x > 0 \iff -5x > -4 \iff x < \frac{4}{5}$ (on divise par $-5 < 0$: le sens change), et $4 - 5x = 0 \iff x = \frac{4}{5}$.

Comme $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$ (car $\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$) :

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$
$3x - 2$	-	0	+	+
$4 - 5x$	+	+	0	-
$(3x - 2)(4 - 5x)$	-	0	+	-

Le produit est positif ou nul entre les racines, bornes comprises :

$$S = \left[\frac{2}{3} ; \frac{4}{5} \right].$$

b. Valeur interdite : $x - 2 = 0 \iff x = 2$.

• $4 - 3x > 0 \iff x < \frac{4}{3}$, et $4 - 3x = 0 \iff x = \frac{4}{3}$;

• $x - 2 > 0 \iff x > 2$.

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	2	$+\infty$
$4 - 3x$	+	0	-	-
$x - 2$	-	-	0	+
$\frac{4 - 3x}{x - 2}$	-	0	+	-

Le quotient est strictement négatif à l'extérieur de $\left[\frac{4}{3} ; 2 \right]$ ($\frac{4}{3}$ exclu car le quotient y est nul,

2 exclu car valeur interdite) :

$$S =]-\infty; \frac{4}{3}[\cup]2; +\infty[.$$

Vérification : pour $x = 0$, $\frac{4}{-2} = -2 < 0$; pour $x = \frac{3}{2}$, $\frac{-1/2}{-1/2} = 1 > 0$; pour $x = 3$, $\frac{-5}{1} = -5 < 0$.

c. On développe et on regroupe tout dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned} 7x^2 - 3 &= 3(x^2 + 2) \iff 7x^2 - 3 = 3x^2 + 6 \\ &\iff 4x^2 - 9 = 0 \\ &\iff (2x - 3)(2x + 3) = 0 \quad (\text{identité } a^2 - b^2) \\ &\iff 2x - 3 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0 \quad (\text{produit nul}) \\ &\iff x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right\}.$$

$$\text{Vérification : } 7 \times \frac{9}{4} - 3 = \frac{51}{4} \text{ et } 3 \left(\frac{9}{4} + 2 \right) = \frac{51}{4}.$$

2) Pour $x \neq 2$, on a $2x - 4 \neq 0$ et :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2x - 4} = 9 &\iff 3 = 9(2x - 4) \quad (\text{on multiplie par } 2x - 4 \neq 0) \\ &\iff 3 = 18x - 36 \\ &\iff 18x = 39 \\ &\iff x = \frac{39}{18} = \frac{13}{6}. \end{aligned}$$

$\frac{13}{6} \neq 2$ (car $2 = \frac{12}{6}$) : la solution est acceptable.

$$S = \left\{ \frac{13}{6} \right\}.$$

$$\text{Vérification : } 2 \times \frac{13}{6} - 4 = \frac{13}{3} - \frac{12}{3} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{3}{1/3} = 9.$$

Exercice 5

5 points

- 1) La courbe s'étend de l'abscisse -6 à l'abscisse 3 . Le point d'abscisse -6 est plein : -6 appartient à $\mathcal{D}$; le point d'abscisse 3 est creux : 3 n'appartient pas à $\mathcal{D}$.

$$\mathcal{D} = [-6; 3[.$$

- 2) On lit les extremums : $f(-6) = -1$, minimum $f(-5) = -3$, maximum $f(-2,5) = 2$, minimum $f(0) = 0$, maximum $f(1) = 1$; près de 3 , les valeurs de f se rapprochent de -3 sans l'atteindre.

x	-6	-5	$-2,5$	0	1	3
f	-1	-3	2	0	1	-3

(3 n'appartient pas à $\mathcal{D}$: la valeur -3 écrite sous 3 n'est pas atteinte en 3 , elle indique seulement vers où descend la courbe.)

- 3) $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -4 , 0 et 2 . Elle est au-dessous de l'axe sur $[-6; -4[$ et sur $]2; 3[$, au-dessus sur $] -4; 0[$ et sur $]0; 2[$ (en 0 , elle touche l'axe sans le traverser).

x	-6	-4	0	2	3
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$