

Calculatrice interdite

Exercice 1

3 points

Les questions sont indépendantes. Toutes les étapes de calcul seront détaillées.

- 1) Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un nombre entier : $A = 2\sqrt{180} + 5\sqrt{80} - 3\sqrt{125}$.
- 2) Écrire $B = \sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.
- 3) Calculer $C = \sqrt{50} \times \sqrt{8}$ et $D = (5 + 2\sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3})$.
- 4) Écrire sans radical au dénominateur : $E = \frac{3}{\sqrt{5}}$ et $F = \frac{2}{4 - \sqrt{3}}$.

Exercice 2

4 points

Déterminer l'ensemble des nombres réels x qui vérifient chacune des conditions ci-dessous. L'écrire sous forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles. Pour les questions 2) et 4), on s'appuiera sur un tableau de signes.

- 1) $4 - 3(1 - 2x) \geq 2(x + 5) - x$
- 2) $(6 - 3x)(2x + 5) < 0$
- 3) $\frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \geq \frac{5-x}{6}$
- 4) $\frac{1-4x}{2x+6} \geq 0$

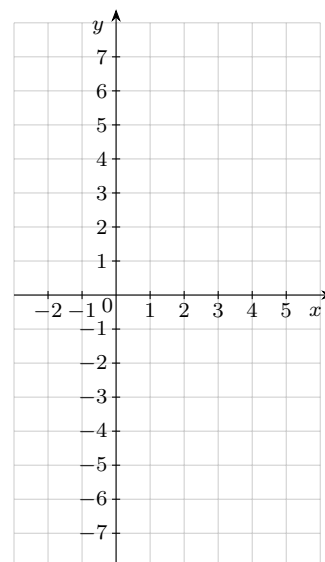
Exercice 3

4 points

On considère la fonction affine f dont on connaît les images de deux nombres réels :

$$f(1) = 1 \quad \text{et} \quad f(5) = -7.$$

- 1) Démontrer que, pour tout réel x , on a : $f(x) = -2x + 3$.
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction f en justifiant.
- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé ci-contre.
- 4) Déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
- 5) Sans calculer, et en justifiant, comparer les nombres $-2\sqrt{2} + 3$ et $-2\sqrt{5} + 3$.



Exercice 4

3 points

L'étude du signe d'une expression $A(x)$ a permis d'établir le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-4	2	5	$+\infty$	
Signe de $A(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Dire, sur cette feuille, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. **Aucune justification n'est demandée.**

	Affirmation	Vrai ou faux ?
1	$A(-4) = 0$	
2	L'expression $A(x)$ n'est pas définie pour $x = 2$.	
3	$A(-4,5)$ est négatif.	
4	$A(0) < 0$	
5	Si $x > 5$, alors $A(x) \geq 0$.	
6	Si $A(x) > 0$, alors $x < -4$.	

Exercice 5

3 points

On considère l'expression $E = (3x - 5)^2 + (3x - 5)(7x - 4)$, où x désigne un nombre réel.

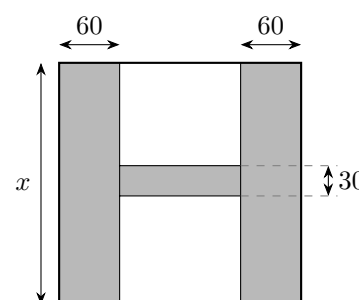
- 1) Développer puis réduire E .
- 2) Démontrer que $E = (3x - 5)(10x - 9)$.
- 3) Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.
- 4) Résoudre l'inéquation $E > 0$.

Exercice 6

3 points

Hugo souhaite découper son initiale (la lettre H, en gris sur la figure) dans une plaque cartonnée carrée de côté x , suivant le modèle ci-contre. Les longueurs sont mesurées en mm ; x est un nombre entier, avec $x \geq 130$.

- 1) Montrer que les parties de la plaque non utilisées (en blanc) ont pour aire $A(x) = x^2 - 150x + 3600$.
- 2) Hugo souhaite limiter l'aire des parties non utilisées à $2\,200 \text{ mm}^2$. Justifier que : $A(x) \leq 2200 \iff (x - 140)(x - 10) \leq 0$.
- 3) Étudier le signe de $(x - 140)(x - 10)$ sur $\mathbb{R}$.
- 4) En déduire les valeurs de x que peut choisir Hugo.



Exercice bonus : le petit coin du chercheur

hors barème

Pour quels nombres réels x a-t-on $\frac{3}{x-1} \geq 1 + \frac{x+5}{x^2-1}$? On commencera par préciser les réels pour lesquels cette inégalité a un sens.