

Exercice 1

5 points

- 1) On développe le carré avec l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, puis le produit :

$$\begin{aligned} A &= (2x - 1)^2 - 4x(2x + 3) \\ &= (4x^2 - 4x + 1) - (8x^2 + 12x) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 8x^2 - 12x \\ &= \boxed{-4x^2 - 16x + 1}. \end{aligned}$$

Vérification : pour $x = 1$, $A = 1^2 - 4 \times 5 = -19$ et $-4 - 16 + 1 = -19$.

- 2) a. On reconnaît une différence de deux carrés, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, avec $144 = 12^2$ et $36x^2 = (6x)^2$:

$$B = 12^2 - (6x)^2 = \boxed{(12 - 6x)(12 + 6x)}.$$

On peut aussi mettre 36 en facteur : $B = 36(4 - x^2) = 36(2 - x)(2 + x)$.

- b. Le facteur commun est $(2x - 1)$:

$$\begin{aligned} C &= (2x - 1)(x + 1) - (2x - 1)(2x - 1) \\ &= (2x - 1)[(x + 1) - (2x - 1)] \\ &= (2x - 1)(x + 1 - 2x + 1) \\ &= \boxed{(2x - 1)(2 - x)}. \end{aligned}$$

Vérification : pour $x = 0$, $C = (-1) \times 1 - (-1)^2 = -2$ et $(2 \times 0 - 1)(2 - 0) = -2$.

Exercice 2

8 points

- 1) a. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$3x - 1 = 0 \iff x = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad 4x + 7 = 0 \iff x = -\frac{7}{4}.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{1}{3} \right\}$$

- b. Valeur interdite : $x + 3 = 0 \iff x = -3$. On résout donc sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul (et son dénominateur non nul) :

$$4x - 3 = 0 \iff x = \frac{3}{4}, \quad \text{et} \quad \frac{3}{4} \neq -3.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

2) a. On regroupe les termes en x dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned} 5x + 4 &\geq 7x - 6 \iff 5x - 7x \geq -6 - 4 \quad (\text{on regroupe}) \\ &\iff -2x \geq -10 \\ &\iff x \leq 5 \quad (\text{on divise par } -2 < 0 : \text{le sens change}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} =]-\infty ; 5]$$

b. On développe d'abord, puis on isole x :

$$\begin{aligned} 7 - 4(3x - 2) &< 3(x - 1) \iff 7 - 12x + 8 < 3x - 3 \quad (\text{on développe}) \\ &\iff 15 - 12x < 3x - 3 \\ &\iff 18 < 15x \\ &\iff x > \frac{18}{15} = \frac{6}{5} \quad (\text{on divise par } 15 > 0) \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left] \frac{6}{5} ; +\infty \right[$$

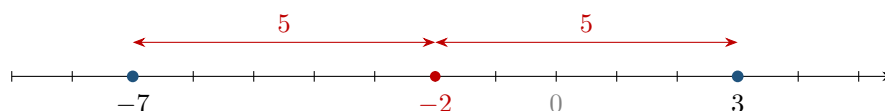
Vérification : pour $x = 2 > \frac{6}{5}$, $7 - 4 \times 4 = -9 < 3 \times 1 = 3$; pour $x = 0$, $7 + 8 = 15$ n'est pas inférieur à -3 .

3) On écrit $|x + 2| = |x - (-2)|$: c'est la **distance** entre x et -2 sur la droite graduée.

$$\begin{aligned} |x + 2| = 5 &\iff x + 2 = 5 \quad \text{ou} \quad x + 2 = -5 \\ &\iff x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -7. \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \{-7 ; 3\}$$

Graphiquement : on cherche les points situés à la distance 5 du point d'abscisse -2 ; on compte 5 unités de part et d'autre de -2 .



Exercice 3

7 points

1) M est sur le segment $[BC]$, de longueur $AD = 4$, donc $0 \leq BM \leq 4$, soit $0 \leq x \leq 4$. N est sur le segment $[CD]$, de longueur $AB = 6$, donc $0 \leq x \leq 6$. Les deux conditions doivent être vérifiées en même temps :

$$x \in [0 ; 4]$$

Remarque : pour $x = 0$, M est en B et le triangle ABM est « aplati », d'aire nulle.

2) $ABCD$ est un rectangle, donc le triangle ABM est rectangle en B . Ses côtés de l'angle droit

mesurent $AB = 6$ et $BM = x$:

$$f(x) = \frac{AB \times BM}{2} = \frac{6x}{2} = \boxed{3x}.$$

3) N est sur le segment $[CD]$, donc $DN + NC = DC$. Comme $DC = AB = 6$ et $CN = x$:

$$\boxed{DN = 6 - x}.$$

4) Le triangle ADN est rectangle en D , de côtés de l'angle droit $AD = 4$ et $DN = 6 - x$:

$$g(x) = \frac{AD \times DN}{2} = \frac{4(6 - x)}{2} = 2(6 - x) = 12 - 2x = \boxed{-2x + 12}.$$

5) Les deux triangles ont la même aire lorsque $f(x) = g(x)$:

$$\begin{aligned} 3x = -2x + 12 &\iff 5x = 12 && \text{(on ajoute } 2x) \\ &\iff x = \frac{12}{5} = 2,4 && \text{(on divise par } 5) \end{aligned}$$

La valeur 2,4 appartient bien à l'intervalle $[0; 4]$.

Vérification : $f(2,4) = 3 \times 2,4 = 7,2$ et $g(2,4) = -2 \times 2,4 + 12 = 7,2$.

Les deux triangles ont la même aire lorsque $BM = 2,4$ (aire commune : 7,2).