

Calculatrice autorisée

Exercice 1

2 points

Questions de cours. Compléter les définitions suivantes.

- 1) *Minimum.* Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de I . Dire que f admet un minimum en a sur I signifie que, pour tout réel x de I , $f(x) \geq f(a)$.
- 2) *Fonction croissante.* Soit f une fonction définie sur un intervalle I . Dire que f est croissante sur I signifie que, pour tous réels u et v de I , si $u \leq v$, alors $f(u) \leq f(v)$.

Exercice 2

2,5 points

Une démonstration à trous. Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$.

Compléter les lignes suivantes de manière à démontrer que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Soient u et v deux réels quelconques tels que $u \leq v$.

$u \leq v$
 équivaut à $-2u \geq -2v$ car $\dots\dots\dots$
 équivaut à $-2u + 3 \geq -2v + 3$ car $\dots\dots\dots$
 équivaut à $f(u) \geq f(v)$.

Ainsi, pour tous réels $u \leq v$, on a $f(u) \geq f(v)$: la fonction f est $\dots\dots\dots$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

4 points

Vrai ou faux. On considère le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-6; 9]$.

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F). 0,5 point par bonne réponse.

x	-6	-1	3	9
f	-1	5	-2	3

	Proposition	V / F
a.	Pour tout $x \in [3; 9]$, $f(x) \leq 3$.	
b.	Il existe $x \in [-6; -1]$ tel que $f(x) = 2$.	
c.	Pour tout $x \in [-6; 9]$, $f(x) \geq -2$.	
d.	Il existe $x \in [3; 9]$ tel que $f(x) < -2$.	
e.	Pour tout $x \in [-6; -1]$, $-5 \leq -f(x) \leq 1$.	
f.	Il existe $x \in [-1; 3]$ tel que $f(x) \geq 4,9$.	
g.	$f(-5) \leq f(-2)$.	
h.	Il existe $x \in [-6; 9]$ tel que $f(x) + 1 = 5$.	

Exercice 4

3 points

Avec la calculatrice. Soit f la fonction définie sur $[-4; 3]$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$.

Afficher à la calculatrice la table de valeurs de f pour x allant de -4 à 3 avec un pas de 1 .

1) À partir de cette table, relever :

- $f(2)$;
- l'image de 1 par f ;
- un entier qui admet un unique antécédent;
- un entier qui admet deux antécédents.

2) Compléter la fenêtre ci-contre de la calculatrice pour représenter au mieux la courbe de f sur l'intervalle $[-4; 3]$.

WINDOW
Xmin =
Xmax =
Xscl = 1
Ymin =
Ymax =
Yscl = 1
Xres = 1

Exercice 5

2,5 points

Compléter les lignes suivantes de manière à montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4$ admet un maximum sur $\mathbb{R}$.

pour tout réel x , $x^2 \dots\dots\dots 0$
 équivaut à pour tout réel x , $-x^2 \dots\dots\dots 0$ car
 équivaut à pour tout réel x , $-x^2 + 4 \dots\dots\dots 4$ car
 équivaut à pour tout réel x , $f(x) \dots\dots\dots 4$.

De plus $f(\dots\dots\dots) = 4$. Cela signifie que la fonction admet un sur $\mathbb{R}$, égal à, atteint en $x = \dots\dots\dots$.

Exercice 6

4 points

$ABCD$ est un carré de côté 6 cm. Le point M décrit le segment $[AB]$ et le point N le segment $[BC]$, de sorte que $AM = BN = x$ (en cm). Toutes les aires sont exprimées en cm^2 .

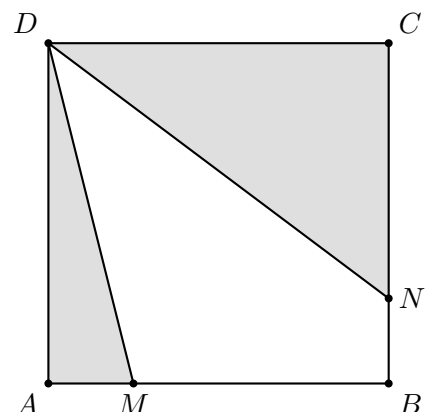
On note a l'aire du triangle AMD , b l'aire du triangle DNC et c l'aire du quadrilatère $DMBN$.

La fonction aire du script ci-dessous renvoie la valeur de c .

```

1 def aire(x):
2     a = 3*x
3     b = -3*x + 18
4     c = 36 - a - b
5     return c

```



- Indiquer à quel intervalle doit appartenir x .
- La fonction aire possède-t-elle un argument? Si oui, lequel?

3) On admet que les aires a et b utilisées dans ce script valent $a = 3x$ et $b = -3x + 18$.

- Quelle est la nature des fonctions qui donnent les aires des triangles AMD et DNC en fonction de x ?
- Retrouver, en détaillant les calculs, la valeur affichée dans la console ci-dessous.

```
>>> aire(1.5)
18.0
```

- Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 6]$, l'aire c est égale à 18 cm^2 .
- En déduire ce que renvoient $\text{aire}(1)$ et $\text{aire}(3)$.

Exercice 7

2 points

Prise d'initiative. Toute prise d'initiative sera clairement rédigée et argumentée.

Sur le graphique ci-contre, muni du repère $(O; C, A)$, on considère un point mobile M sur le segment $[OC]$. Le point B a pour coordonnées $(1; 2)$.

Déterminer la position du point M pour que la somme des aires des triangles OAM et MBC soit maximale.

