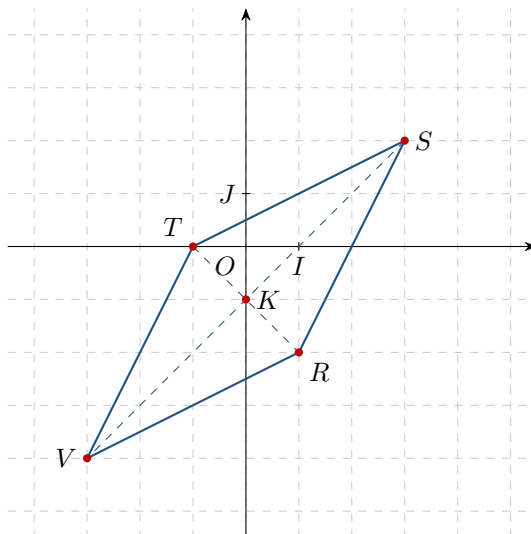


## Exercice 1

4 points

- 1) a. Figure complète (les points  $V$  et  $K$  sont obtenus aux questions suivantes) :



- b. Dans un repère orthonormé,  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ .

$$RS = \sqrt{(3 - 1)^2 + (2 - (-2))^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}, \quad \boxed{RS = 2\sqrt{5}}$$

$$TS = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}, \quad \boxed{TS = 2\sqrt{5}}$$

- c. On a  $RS = TS$  : le triangle  $RST$  est isocèle en  $S$ .

Vérification :  $RT = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (0 + 2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \neq 2\sqrt{5}$ , donc le triangle n'est pas équilatéral; et  $RS^2 = 20 \neq TS^2 + RT^2 = 28$  (de même pour les autres côtés), donc il n'est pas rectangle.

- 2) a.  $\overrightarrow{SR} \begin{pmatrix} x_R - x_S \\ y_R - y_S \end{pmatrix}$ , soit  $\overrightarrow{SR} \begin{pmatrix} 1 - 3 \\ -2 - 2 \end{pmatrix}$ , d'où

$$\boxed{\overrightarrow{SR} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}}.$$

- b. Notons  $V(x; y)$ . Alors  $\overrightarrow{TV} \begin{pmatrix} x - (-1) \\ y - 0 \end{pmatrix}$ , c'est-à-dire  $\overrightarrow{TV} \begin{pmatrix} x + 1 \\ y \end{pmatrix}$ .

Deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées :

$$\overrightarrow{TV} = \overrightarrow{SR} \iff \begin{cases} x + 1 = -2 \\ y = -4 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$$

D'où

$$\boxed{V(-3; -4)}.$$

- 3) Par construction,  $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TV}$  : le quadrilatère  $SRVT$  est donc un **parallélogramme**.

De plus, ses deux côtés consécutifs  $[SR]$  et  $[ST]$  ont la même longueur ( $RS = TS = 2\sqrt{5}$  d'après

la question 1)b.).

Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange :

$SRVT$  est un losange.

*Remarque* : ce n'est pas un carré, car ses diagonales n'ont pas la même longueur :  $TR = 2\sqrt{2}$  et  $SV = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ .

- 4) Le centre  $K$  du losange est le point d'intersection de ses diagonales, qui se coupent en leur milieu.  $K$  est donc le milieu de  $[TR]$  :

$$x_K = \frac{x_T + x_R}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_T + y_R}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1,$$

d'où

$K(0; -1)$ .

*Vérification* : le milieu de  $[SV]$  a pour coordonnées  $\left(\frac{3 + (-3)}{2}; \frac{2 + (-4)}{2}\right) = (0; -1)$  : c'est bien  $K$ .

## Exercice 2

2 points

- 1) a. Diminuer une quantité de  $t\%$  revient à la multiplier par  $1 - \frac{t}{100}$ .

• Remise de  $20\%$  : coefficient  $1 - \frac{20}{100} = \boxed{0,8}$ .

• Remise de  $12\%$  : coefficient  $1 - \frac{12}{100} = \boxed{0,88}$ .

- b. Les deux remises s'appliquent successivement : les coefficients multiplicateurs se **multiplient** (ils ne s'additionnent pas) :

$c = 0,8 \times 0,88 = 0,704$ .

Comme  $0,704 = 1 - 0,296$ , cela correspond à une remise globale de  $29,6\%$  (et non de  $20 + 12 = 32\%$ ).

- 2) Notons  $P$  le prix initial, en euros. Le client avec la carte paie  $0,704 \times P$ , donc

$$0,704 P = 176 \iff P = \frac{176}{0,704} \iff \boxed{P = 250 \text{ €}}.$$

*Vérification* :  $250 \times 0,8 = 200$  puis  $200 \times 0,88 = 176$ .

### Exercice 3

2,5 points

- Le point  $C$  est l'image de  $I$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AK}$ .

En effet,  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IC}$  (car  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  dans le parallélogramme  $ABCD$ ).

- Les vecteurs  $\overrightarrow{LB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  ont la même **direction** mais pas le même **sens** ni la même **norme** ( $LB = \frac{1}{2}AB$  et  $CD = AB$ ).

- Les vecteurs  $\overrightarrow{LK}$  et  $\overrightarrow{OB}$  sont opposés (on accepte aussi  $\overrightarrow{DO}$  ou  $\overrightarrow{JI}$ ).

En effet, d'après le théorème des milieux dans le triangle  $ABD$ ,  $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BO}$ , donc  $\overrightarrow{LK} = -\overrightarrow{OB}$ .

- $\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LJ} = \overrightarrow{AJ}$  d'après la **relation de Chasles**.

- $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CK}$  d'après la **règle du parallélogramme** (les deux vecteurs ont la même origine  $C$ , et  $CDKI$  est un parallélogramme).

Autre justification :  $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DK}$ , donc  $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{CK}$  par la relation de Chasles.

### Exercice 4

1,5 point

Le nombre total de députés étant resté le même entre 2012 et 2017, le nombre de femmes a été multiplié par le même coefficient que leur proportion :

$$c = \frac{38,8}{26,9} \approx 1,442.$$

Le taux d'évolution du nombre de femmes députées est donc

$$t = c - 1 \approx 0,442, \quad \text{soit une hausse d'environ } \boxed{44\%}.$$

**Vérification avec les effectifs** : en 2017, 224 femmes représentent 38,8 % des députés, donc il y a  $\frac{224}{0,388} \approx 577$  députés. En 2012, il y avait environ  $0,269 \times 577 \approx 155$  femmes. Le taux d'évolution est alors  $\frac{224 - 155}{155} \approx 0,445$ , soit environ 44,5 % (l'écart avec 44,2 % vient des arrondis des pourcentages de l'énoncé).

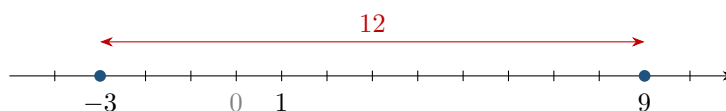
**Conclusion** : le titre du journal est faux. La proportion de femmes est passée de 26,9 % à 38,8 % : elle a augmenté de  $38,8 - 26,9 = 11,9$  **points** de pourcentage, mais le **nombre** de femmes, lui, a augmenté d'environ 44 %. Le journal confond une différence de pourcentages (en points) avec un taux d'évolution.

## Exercice 5

1,5 point

- 1)
  - a. `mystère(5, 8)` : on a  $a = 5$  et  $b = 8$ . Comme  $5 < 8$ , la fonction renvoie  $b - a = 8 - 5$  : la console affiche `3`.
  - b. `mystère(9, -3)` : on a  $a = 9$  et  $b = -3$ . Comme  $9 < -3$  est faux, la fonction renvoie  $a - b = 9 - (-3)$  : la console affiche `12`.
- 2) La fonction renvoie toujours le plus grand des deux nombres moins le plus petit : le résultat est positif.
  - **En termes de distance** : elle calcule la **distance entre les nombres  $a$  et  $b$**  sur une droite graduée.
  - **En termes de valeur absolue** : elle calcule  $|a - b|$  (qui est aussi égal à  $|b - a|$ ).

Graphiquement, pour `mystère(9, -3)` : la distance entre  $-3$  et  $9$  sur la droite graduée vaut  $|9 - (-3)| = 12$ .



## Exercice 6

3 points

- 1) On calcule les effectifs à partir des pourcentages de l'énoncé :
  - Administratif :  $0,45 \times 1\,000 = 450$ ; Logistique :  $0,23 \times 1\,000 = 230$ ; Transport :  $1\,000 - 450 - 230 = 320$ .
  - Moins de 30 minutes :  $0,542 \times 1\,000 = 542$ ; 30 minutes ou plus :  $1\,000 - 542 = 458$ .
  - Logistique et moins de 30 minutes :  $0,6 \times 230 = 138$ , donc Logistique et 30 minutes ou plus :  $230 - 138 = 92$ .
  - Transport et 30 minutes ou plus :  $0,096 \times 1\,000 = 96$ , donc Transport et moins de 30 minutes :  $320 - 96 = 224$ .
  - Administratif et moins de 30 minutes :  $542 - 138 - 224 = 180$ , donc Administratif et 30 minutes ou plus :  $450 - 180 = 270$ .

|               | Résidant à moins de 30 min de l'entreprise | Résidant à 30 min ou plus | Total |
|---------------|--------------------------------------------|---------------------------|-------|
| Administratif | 180                                        | 270                       | 450   |
| Logistique    | 138                                        | 92                        | 230   |
| Transport     | 224                                        | 96                        | 320   |
| Total         | 542                                        | 458                       | 1 000 |

Vérification :  $270 + 92 + 96 = 458$ .

2) Au sein du service Transport (320 salariés), 224 résident à moins de 30 minutes :

$$\frac{224}{320} = 0,7, \quad \text{soit } \boxed{70 \%}.$$

3) Au sein du service Administratif (450 salariés), 180 résident à moins de 30 minutes :

$$\frac{180}{450} = 0,4, \quad \text{soit } \boxed{40 \%}.$$

4) Pour le service Logistique, la proportion est de 60 % (donnée de l'énoncé :  $\frac{138}{230} = 0,6$ ).

On compare :  $40 \% < 60 \% < 70 \%$ . Le service qui a la plus forte proportion de salariés résidant à moins de 30 minutes de l'entreprise est **le service Transport**.

*Attention* : il faut diviser par l'effectif du service, et non par l'effectif total de l'entreprise.

## Exercice 7

1 point

Un programme possible :

```
1 n = int(input("Saisir un entier n : "))
2 S = 0
3 for k in range(1, n + 1):
4     S = S + k**2
5 print(S)
```

- `input` renvoie du texte : `int(...)` le convertit en entier.
- `range(1, n + 1)` parcourt les entiers de 1 à  $n$  **inclus** (la borne de droite est exclue).
- `k**2` calcule  $k^2$ ; l'instruction `print(S)` est placée **après** la boucle (non indentée).

*Vérification* : pour  $n = 3$ , le programme affiche  $1 + 4 + 9 = 14$ .

## Exercice 8

1,5 point

On utilise  $-\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{YX}$ , puis on réordonne les vecteurs pour appliquer la relation de Chasles.

a.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} \\ &= \boxed{\overrightarrow{CB}} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{PO} &= \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PO} \\ &= \boxed{\overrightarrow{IO}} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GB} &= \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB} \\ &= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF} \\ &= \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BF} \\ &= \vec{0} + \overrightarrow{BF} \\ &= \boxed{\overrightarrow{BF}}\end{aligned}$$

## Exercice 9

3 points

- 1) Vrai. Soient deux nombres impairs : ils s'écrivent  $2n + 1$  et  $2m + 1$  avec  $n$  et  $m$  entiers relatifs. Alors

$$(2n + 1) + (2m + 1) = 2n + 2m + 2 = 2(n + m + 1).$$

Comme  $n + m + 1$  est un entier relatif, cette somme est un multiple de 2 : c'est un nombre pair.

- 2) Vrai. Pour tout réel  $a \neq 0$ , on réduit au même dénominateur  $a$  :

$$a + 3 + \frac{2}{a} = \frac{a \times a}{a} + \frac{3a}{a} + \frac{2}{a} = \frac{a^2 + 3a + 2}{a}.$$

- 3) Vrai.  $18 = 9 \times 2$  et 9 est un carré parfait, donc

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

- 4) Vrai. Pour tout entier relatif  $n$  non nul, d'après les règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{n^5 \times (n^2)^3}{n^8} = \frac{n^5 \times n^6}{n^8} = \frac{n^{11}}{n^8} = n^{11-8} = n^3.$$

Le cube d'un entier relatif est un produit d'entiers relatifs ( $n \times n \times n$ ), donc c'est un entier relatif.

- 5) Faux. Un contre-exemple suffit : avec  $a = b = 1$ ,

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{2} \approx 1,41 \quad \text{alors que} \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 + 1 = 2.$$

Comme  $\sqrt{2} \neq 2$  (car  $2^2 = 4 \neq 2$ ), l'égalité est fausse pour  $a = b = 1$ .

Plus généralement,  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab} > a + b$  dès que  $a$  et  $b$  sont strictement positifs : l'égalité n'est **jamais** vraie pour des entiers positifs non nuls.

- 6) Faux. Un nombre décimal s'écrit  $\frac{p}{10^k}$  avec  $p$  entier relatif et  $k$  entier naturel.

Supposons que  $\frac{1}{3} = \frac{p}{10^k}$ . Alors  $10^k = 3p$ , donc  $10^k$  serait un multiple de 3. Or la somme des chiffres de  $10^k$  (un 1 suivi de  $k$  zéros) vaut 1, qui n'est pas divisible par 3 :  $10^k$  n'est pas un multiple de 3. C'est une contradiction, donc  $\frac{1}{3}$  n'est pas un nombre décimal.

Remarque : la division posée de 1 par 3 ne s'arrête jamais :  $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$  (le chiffre 3 se répète indéfiniment).