

Calculatrice autorisée

Exercice 1

3,5 points

1) Compléter le tableau suivant :

Inégalité	Schéma	Intervalle
$-2 < x \leq 5$		
...		$[4; +\infty[$
$x < 0$		

2) Soient I et J deux intervalles : $I =]-\infty; 3]$ et $J = [-\sqrt{5}; 8[$.

- Le nombre réel x appartient à l'intervalle I . Quelle inégalité peut-on écrire ?
- Déterminer $I \cup J$ en utilisant une représentation graphique.
- Le nombre -1 appartient-il à $I \cap J$? Pourquoi ?

Exercice 2

2 points

On choisit un entier naturel, on le divise par 7, on trouve un reste égal à 3.

On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 5 et un quotient égal à 11.

Quel était le nombre de départ ?

Exercice 3

3,5 points

- Le nombre 71 est-il premier ? Justifier à l'aide de calculs.
- Donner la liste de tous les diviseurs de 12, puis de 16.
- Deux entiers naturels sont dits **amicaux** si chacun est égal à la somme des diviseurs, autres que lui-même, de l'autre.
 - Montrer que 12 et 16 ne sont pas amicaux.
 - Montrer que 220 et 284 sont amicaux.

Exercice 4

3 points

Soient m et n deux entiers naturels multiples de 7, avec $m \geq n$.

- 1) Expliquer pourquoi on peut écrire $m = 7 \times q$, où q est un entier naturel.
- 2) Démontrer que $m - n$ est un multiple de 7.
- 3) On souhaite tester automatiquement si des nombres sont des multiples de 7 à l'aide de la feuille de calcul ci-contre.
 - a. En utilisant la fonction $\text{MOD}(a;b)$, indiquer la formule à saisir dans la cellule B2, que l'on va ensuite étirer vers le bas.
 - b. En utilisant la fonction $\text{SI}(...;...;...)$, indiquer la formule à saisir dans la cellule C2, que l'on va ensuite étirer vers le bas.
 - c. Quel mot aura-t-on dans la cellule C12 ?

	A	B	C
1	Données	Reste	Multiple de 7 (oui/non)
2	6 162	2	non
3	8 429		
4	5 203		
5	5 807		
6	5 523		
7	161		
8	1 815		
9	1 948		
10	7 044		
11	3 400		
12	8 225		
13	2 559		
14	8 390		

Exercice 5

4 points

Soit N un entier naturel impair.

On cherche une condition nécessaire pour qu'on puisse écrire $N = a^2 + b^2$, avec a et b deux entiers naturels.

- 1) Compléter le tableau suivant :

a	b	Valeur de $a^2 + b^2$	Parité de $a^2 + b^2$
6	10		
4	5		
7	2		
9	3		

- 2) À l'aide du tableau précédent, compléter les conjectures suivantes :
 - a. $a^2 + b^2$ est un nombre pair lorsque les nombres a et b
 - b. $a^2 + b^2$ est un nombre impair lorsque les nombres a et b
 - c. Pour qu'un nombre N impair s'écrive sous la forme $a^2 + b^2$, quelle doit être la parité des nombres a et b ?
- 3) Donner un autre exemple de nombre N impair qui s'écrive comme somme des carrés de deux entiers.
- 4) On pose $a = 2u$ et $b = 2v + 1$, avec u et v des entiers naturels.
Démontrer que $N = a^2 + b^2$ est de la forme $4k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}$. Que peut-on en déduire sur la parité de N ?

- 5) Trouver un exemple de nombre impair de la forme $4k + 1$, avec $k \in \mathbb{N}$, qui ne soit pas égal à une somme de deux carrés.

Exercice 6

4 points

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.

Affirmations	V/F	Justifications
1) n désignant un entier relatif, l'entier $9n + 6$ est un multiple de 3.		
2) Le produit d'un nombre décimal par 100 est un entier.		
3) Soit a un entier pair; le nombre $5a + 2$ est un nombre pair.		
4) Si $n = 2^2 \times 3^2$, alors n admet exactement 9 diviseurs.		
5) La somme de deux nombres premiers supérieurs ou égaux à 3 est paire.		
6) Si $x \in]0,5 ; 7]$, alors $x \geq 0$.		
7) Si $x \in [-1 ; 10[$, alors $-1 < x < 10$.		