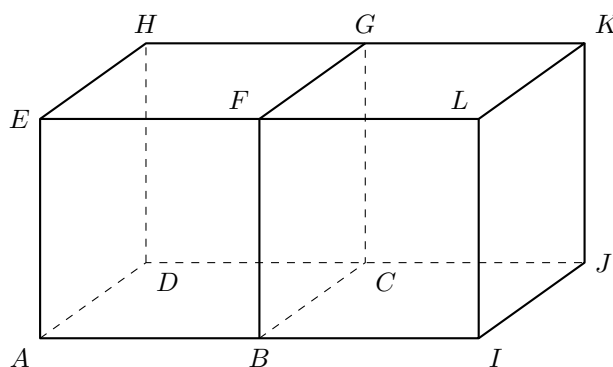


Calculatrice autorisée

Exercice 1

8 points

Sur la figure ci-dessous, $ABCDEFGH$ et $BIJCFLKG$ sont deux cubes de même taille disposés côte à côte.



- 1)
 - a. Construire le point Y tel que $\overrightarrow{IY} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$. Où est le point Y ?
 - b. Construire le point Z tel que $\overrightarrow{GZ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DH}$. Où est le point Z ?
- 2)
 - a. Écrire le vecteur $\overrightarrow{IG}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.
 - b. Écrire le vecteur $\overrightarrow{CE}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.
- 3) **QCM.** Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte 0,75 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est demandée.
 Pour chaque couple de droites, choisir la bonne réponse parmi :
A. sécantes B. strictement parallèles C. confondues D. non coplanaires
 - a. Les droites (EF) et (JK) sont ...
 - b. Les droites (EL) et (AK) sont ...
 - c. Les droites (HC) et (KJ) sont ...
 - d. Les droites (GL) et (DI) sont ...

Exercice 2

12 points

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : étude d'un modèle discret

Les koalas se nourrissent de feuilles d'eucalyptus, mais ils ne peuvent pas manger les feuilles deséchées, les feuilles des arbres malades, les jeunes pousses qui sont un véritable poison pour eux, etc.

Après les incendies de 2019 en Australie, les vétérinaires ont décidé d'étudier le pourcentage de feuilles d'eucalyptus comestibles dans une forêt, qui ont été préservées et peuvent servir de nourriture aux koalas. Ce pourcentage dépend également du nombre de koalas ayant survécu et présents sur les lieux, du nombre d'eucalyptus plantés, de l'espace disponible, des feux aux alentours, de la météo et de la pollution.

Dans cette forêt, on estime que 60 % des feuilles d'eucalyptus étaient disponibles en janvier 2020.

On modélise le pourcentage des feuilles d'eucalyptus comestibles par la suite (u_n) qui, à tout entier naturel n , associe la proportion de feuilles d'eucalyptus comestibles n années après 2020. On a ainsi $u_0 = 0,6$.

Le modèle choisi est tel que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = u_n - 0,4 (u_n)^2$.

On définit la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par $f(x) = x - 0,4x^2$. Ainsi la suite (u_n) vérifie, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

- 1) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 1]$.
- 2) Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.
- 3) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 4) Déterminer la limite de la suite (u_n) . Est-ce une bonne nouvelle pour les koalas ?

Partie B : étude d'un modèle continu d'évolution

Un groupe de biologistes travaille sur le nombre de koalas peuplant cette partie de la forêt.

Au 1^{er} janvier 2020, on pouvait dénombrer 250 koalas. Les biologistes estiment que le nombre de koalas présents dans la forêt peut être modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par

$$g(t) = \frac{1000}{0,4 + 3,6 e^{-0,5t}}$$

où t désigne le temps (en années) écoulé depuis le 1^{er} janvier 2020.

- 1) Dresser le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
- 2) Montrer qu'il existe une unique valeur α dans $[0 ; 20]$ telle que $g(\alpha) = 2000$.
- 3) Selon ce modèle, déterminer au cours de quelle année le nombre de koalas pourrait dépasser pour la première fois les 2000 animaux.