

Calculatrice autorisée

Exercice 1

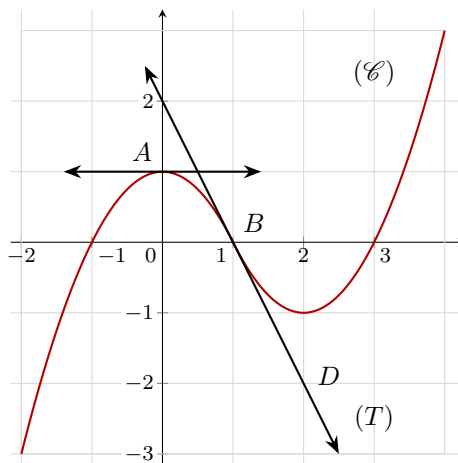
5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative $(\mathcal{C})$ d'une fonction f définie et dérivable sur $[-2; 4]$. On sait que :

- la courbe $(\mathcal{C})$ passe par les points $A(0; 1)$ et $B(1; 0)$;
- la tangente à $(\mathcal{C})$ en B est la droite (T) qui passe par le point de coordonnées $D(2; -2)$;
- la tangente à $(\mathcal{C})$ en A est parallèle à l'axe des abscisses.



1) Le nombre $f'(1)$ est égal à :

- | | | |
|-------|-------|-------------------|
| a. 0 | b. 2 | c. $\frac{1}{2}$ |
| d. -1 | e. -2 | f. $-\frac{1}{2}$ |

2) On peut affirmer que la fonction f est :

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a. convexe sur $[-2; 4]$ | b. concave sur $[-2; 4]$ | c. convexe sur $[-2; 1]$ |
| d. concave sur $[-2; 1]$ | e. concave sur $[0; 2]$ | f. convexe sur $[0; 2]$ |

3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2xe^{5-3x}$. On en déduit que g' est égale à :

a. $g'(x) = 2e^{5-3x}$

b. $g'(x) = -6e^x$

c. $g'(x) = (2 - 6x)e^x$

d. $g'(x) = -6xe^{5-3x}$

e. $g'(x) = -6e^{5-3x}$

f. $g'(x) = (2 - 6x)e^{5-3x}$

4) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. On en déduit que h' est égale à :

a. $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

b. $h'(x) = 2x\sqrt{x^2 + 1}$

c. $h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x}}$

d. $h'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

e. $h'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

f. $h'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}}$

5) Soit j la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $j(x) = (5x^2 + 1)^3$. On en déduit que j' est égale à :

a. $j'(x) = 3(5x^2 + 1)^2$

b. $j'(x) = 15(5x^2 + 1)^2$

c. $j'(x) = 30x(5x^2 + 1)$

d. $j'(x) = 15x(5x^2 + 1)^2$

e. $j'(x) = 30x(5x^2 + 1)^2$

f. $j'(x) = 10x(5x^2 + 1)^2$

Exercice 2

4 points

Soit f la fonction dérivable, définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 5x^2 - 8x - 7$.

1) Étudier les variations de la fonction f .

2) Donner l'équation de la tangente T_2 à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2.

3) Calculer la fonction dérivée seconde f'' de f .

En déduire les coordonnées des éventuels points d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.

Exercice 3

11 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] - 6 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x + 5}{x + 6}$.

Partie A

1) Calculer f' , la dérivée de la fonction f .

2) En déduire les variations de f sur l'intervalle $] - 6 ; +\infty[$.

3) Résoudre $f(x) = x$.

Partie B

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 8$ et, pour tout nombre entier naturel n , par $u_{n+1} = \frac{2u_n + 5}{u_n + 6}$. On a ainsi, pour tout nombre entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) Démontrer par récurrence que, pour tout nombre entier naturel n , on a $1 \leq u_{n+1} < u_n \leq 8$.

2) Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

Partie C

Pour tout nombre entier naturel n , on pose $w_n = \frac{u_n + 5}{u_n - 1}$.

1) Justifier que, pour tout nombre entier naturel n , on a : $u_n = \frac{w_n + 5}{w_n - 1}$.

2) Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 7.

3) Pour tout nombre entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .

Partie D

On souhaite écrire un algorithme en Python permettant de déterminer l'indice du premier terme de la suite (u_n) tel que $u_n < 1,005$.

```

1 u = 8
2 n = 0
3 while .....:
4     u = .....
5     n = .....
6 print(n)

```

1) Compléter les lignes 3, 4 et 5 de l'algorithme afin qu'il affiche la valeur recherchée.

2) Quelle est alors la valeur affichée par cet algorithme ?