

Calculatrice interdite

Automatismes

6 points

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reporter son numéro sur la copie et indiquer la réponse choisie.

Question 1. Voici trois nombres : $A = \frac{23}{100}$, $B = 0,2$ et $C = \frac{1}{4}$.
Le classement par ordre croissant de ces trois nombres est :

- a. $B < C < A$ b. $B < A < C$ c. $A < C < B$ d. $A < B < C$

Question 2. On considère l'égalité $\frac{1}{z} = 4 + \frac{4}{9}$. On a :

- a. $z = \frac{9}{40}$ b. $z = \frac{40}{9}$ c. $z = \frac{9}{8}$ d. $z = \frac{8}{9}$

Question 3. Soient B , E , A et C quatre nombres (avec C non nul) vérifiant l'égalité $B = \frac{E + A}{C}$.
Une expression de A en fonction de B , E et C est :

- a. $A = C \times B + E$ b. $A = B - E \times C$ c. $A = C \times B - E$ d. $A = \frac{B - E}{C}$

Question 4. Augmenter une valeur de 210 % revient à la multiplier par :

- a. 3,1 b. 0,21 c. 7,9 d. 2,1

Question 5. Un prix augmente de 25 % puis baisse de 25 %. On peut affirmer que :

- a. le prix est strictement inférieur à sa valeur de départ;
b. on ne peut pas savoir : cela dépend de la valeur de départ;
c. le prix est strictement supérieur à sa valeur de départ;
d. le prix est égal à sa valeur de départ.

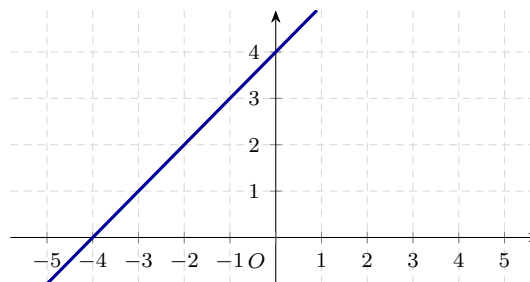
Question 6. (D) et (D') sont deux droites dans un repère du plan. L'équation réduite de (D) est $y = -2x - 3$ et celle de (D') est $y = 4x - 2$.

Le produit des coordonnées du point d'intersection des deux droites (D) et (D') est égal à :

- a. $-\frac{17}{6}$ b. $\frac{4}{9}$ c. $-\frac{3}{4}$ d. 6

Question 7. L'équation réduite de la droite représentée ci-contre est :

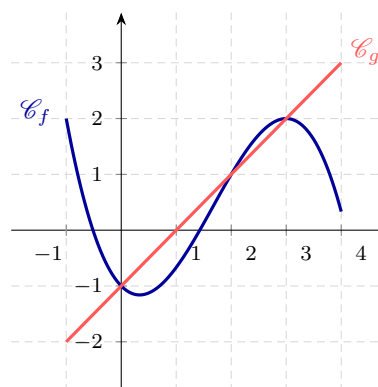
- a. $y = x + 4$
- b. $y = 4$
- c. $y = -x + 4$
- d. $y = 4x - 4$



Question 8. Sur la figure ci-contre, $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentent respectivement les fonctions f et g définies sur $[-1; 4]$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est :

- a. $] -1; 0[\cup] 2; 3[$
- b. $[-1; 0[\cup] 2; 3[$
- c. $[-1; 0[\cup [2; 3]$
- d. $] 0; 2[\cup] 3; 4]$



Question 9. Une famille consacre 25 % de son budget aux loisirs. Si elle dépense 3 000 € pour les autres dépenses, son budget total est :

- a. 12 000 €
- b. 30 000 €
- c. 4 000 €
- d. 4 400 €

Question 10. On donne la série statistique suivante : 6 ; 5 ; 13 ; 6.

Quelle valeur faut-il ajouter à la série pour que sa moyenne soit égale à 8 ?

- a. 11
- b. 8
- c. 13
- d. 10

Question 11. (D) et (D') sont deux droites dans un repère du plan. L'équation réduite de (D) est $y = -9x + 5$ et celle de (D') est $y = 5x + 3$.

La droite (D) est strictement au-dessus de (D') sur :

- a. $] -\infty; 7[$
- b. $] 7; +\infty[$
- c. $] \frac{1}{7}; +\infty[$
- d. $] -\infty; \frac{1}{7}[$

Question 12. On note S l'ensemble des solutions de l'équation $-14 - 7x^2 = 0$ sur $\mathbb{R}$. On a :

- a. $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
- b. $S = \emptyset$
- c. $S = \{\sqrt{2}\}$
- d. $S = \{-1; 1\}$

Exercice 1

5 points

Soit (u_n) la suite réelle définie par $u_0 = 10$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,5 u_n + 3$.

- 1) Montrer que (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = u_n - 6$.
 - a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5.
 - b. Donner l'expression de v_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 6 + 4 \times 0,5^n$.

3) Démontrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

- 4) On donne ci-contre les valeurs de termes de la suite (u_n) affichées par une calculatrice.
Conjecturer le comportement des termes u_n lorsque n tend vers $+\infty$.

n	u
8	6.0156
9	6.0078
10	6.0039
11	6.002
12	6.001
13	6.0005
14	6.0002
15	6.0001
16	6.0001
17	6
18	6

Exercice 2

5 points

Un village propose aux participants de la fête du sport deux épreuves : une randonnée et un cross. Il n'est pas possible de s'inscrire aux deux épreuves à la fois.

On dispose des informations suivantes :

- 90 % des participants ont choisi la randonnée ; parmi eux, 5 % sont licenciés dans un club ;
- 10 % des participants ont choisi le cross ; parmi eux, 40 % sont licenciés dans un club.

Un journaliste interroge un participant au hasard. On considère les événements suivants :

R : « le participant a choisi la randonnée » ;

L : « le participant est licencié dans un club ».

- 1) Par simple lecture de l'énoncé, indiquer :
 - a. la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi la randonnée ;
 - b. la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi le cross.

En prenant connaissance de ces deux probabilités, le journaliste estime que, s'il choisit un participant parmi ceux qui sont licenciés dans un club, la probabilité qu'il ait effectué le cross sera largement supérieure à 50 %.

L'objectif des questions suivantes est de vérifier si cette intuition est correcte.

- 2) Représenter la situation par un arbre de probabilité.
- 3)
 - a. Déterminer $P(R \cap L)$ puis interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.
 - b. Vérifier que la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club est égale à 0,085.
- 4) Le journaliste interroge un participant licencié dans un club. Déterminer la probabilité que ce participant ait choisi le cross (donner le résultat sous forme de fraction). L'intuition du journaliste était-elle correcte ?
- 5) Les événements R et L sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3

4 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 2)e^x + x + 1$.

- 1) Déterminer une expression de $f'(x)$.
- 2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x - 1)e^x + 1$.
 - a. Étudier les variations de g .
 - b. En déduire que, pour tout réel x , $g(x) \geq 0$.
- 3) À l'aide des questions précédentes, déterminer le signe de $f'(x)$. En déduire les variations de f .