

Calculatrice interdite

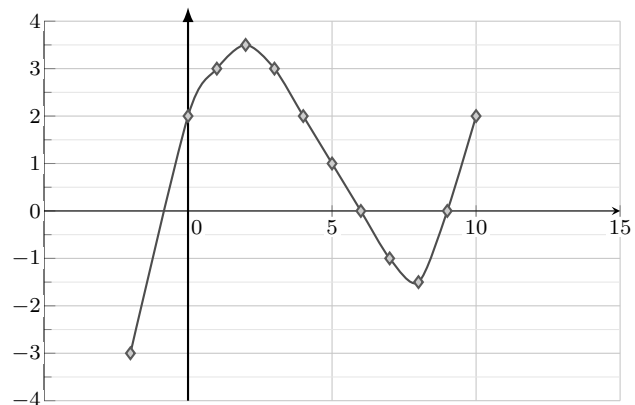
Exercice 1

2 points

Sans justification.

Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2; 10]$.

Dresser le tableau de variations de f sur $[-2; 10]$.



Exercice 2

7 points

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[-6; 8]$.

x	-6	-1	0	6	8
f	3	2	3	-2	1

- 1) Donner le minimum de la fonction f sur $[-6; 8]$.
- 2) Pour quelle(s) valeur(s) le maximum de la fonction f est-il atteint ?
- 3) Comparer $f(1)$ et $f(3)$. Justifier.
- 4) Comparer $f(-2)$ et $f(7)$. Justifier.
- 5) Le point $A(7; -3)$ appartient-il à la courbe représentant f ? Justifier.
- 6) La fonction f est-elle monotone sur $[-1; 0]$? Justifier.

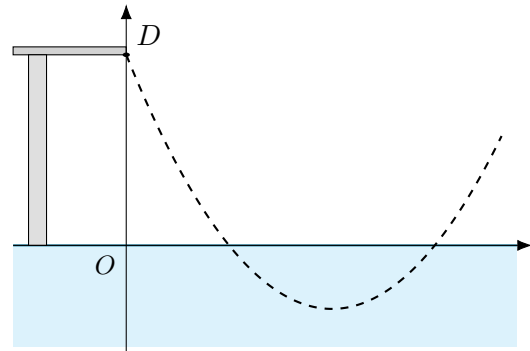
Exercice 3

11 points

Une plongeuse doit plonger, récupérer un objet dans la piscine et ressortir.

La position de la plongeuse est repérée par ses coordonnées dans un repère orthonormé (unité : le mètre) dont :

- l'axe des abscisses est le niveau de l'eau;
- l'axe des ordonnées est la verticale du plongeur (passant par D).



Un logiciel permet d'obtenir la trajectoire de la plongeuse en temps réel. Cette trajectoire est donnée par la fonction :

$$f(x) = 0,5x^2 - 4x + 6 \quad \text{pour } x \in [0; +\infty[.$$

- 1) Quelle est la hauteur du plongeur ?
- 2) Montrer que $f(x) = 0,5(x - 2)(x - 6)$.
En déduire à quel endroit la plongeuse rentre dans l'eau et en ressort.
- 3) Montrer que $f(x) = 0,5(x - 4)^2 - 2$.
- 4) Montrer que $f(x) \geq -2$ pour $x \in [0; +\infty[$.
Calculer $f(4)$.
En déduire le minimum de f sur $[0; +\infty[$.
- 5) **Uniquement pour ceux qui ont choisi la spécialité mathématiques :**
Soit a et b deux réels tels que $0 \leq a < b$.
Montrer que $f(a) - f(b) = 0,5(a - b)(a + b - 8)$.
Déterminer le signe de $f(a) - f(b)$ sur $[0; 4]$, puis sur $[4; +\infty[$.
En déduire les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
- 6) La plongeuse pourra-t-elle attraper l'objet situé au fond de la piscine, dont la profondeur est de 2,5 m ?

Bonus

Dans chacun des cas suivants, étudier la parité de la fonction f définie sur I .

- 1) $f(x) = 3x - \frac{3}{x}$ $I = [-5; -1] \cup [1; 5]$
- 2) $f(x) = x^2 - x$ $I = \mathbb{R}$
- 3) $f(x) = 3x^2 + 1$ $I = [-2; 3]$