

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : QCM

6 points

Pour chacune des trois questions, une seule proposition est exacte. **Indiquer la lettre de la réponse choisie en expliquant votre choix** : une réponse sans justification ne rapporte aucun point.

- 1) L'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' = 3y$ est l'ensemble des fonctions de la forme :

A. $x \mapsto 3e^x$ B. $x \mapsto e^{3x} + k$ C. $x \mapsto k e^{x/3}$ D. $x \mapsto k e^{3x}$

- 2) Une solution particulière constante de $y' = -2y + 6$ est la fonction constante égale à :

A. 6 B. -3 C. 3 D. -2

- 3) La fonction f définie par $f(x) = 5e^{-x}$ est solution de :

A. $y' = -y$ B. $y' = 5y$ C. $y' = -5y$ D. $y' = y$

Exercice 2 : La copie d'un élève

6 points

Un élève doit résoudre l'équation différentielle $y' = -2y + 6$ et déterminer la solution vérifiant $y(0) = 1$. Voici sa copie.

« Les solutions de $y' = -2y$ sont les fonctions $x \mapsto k e^{-2x}$.
Donc les solutions de $y' = -2y + 6$ sont les fonctions $x \mapsto k e^{-2x} + 6$.
Avec $y(0) = 1$: $k + 6 = 1$, donc $k = -5$.
La solution est $y(x) = -5e^{-2x} + 6$. »

- 1) La première ligne de la copie est-elle correcte ?
- 2) Vérifier si la fonction $y(x) = -5e^{-2x} + 6$ proposée par l'élève est bien solution de $y' = -2y + 6$. On calculera y' et $-2y + 6$ séparément.
- 3) Quelle est l'erreur commise à la deuxième ligne ? On expliquera comment trouver la bonne solution particulière constante.
- 4) Résoudre correctement le problème.

Exercice 3 : Reconnaître et résoudre

8 points

Les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres.

- 1) Vérifier que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4e^{5x}$ est solution de l'équation différentielle $y' = 5y$.
- 2) Résoudre l'équation différentielle $y' = -0,5y$.
- 3) Résoudre l'équation différentielle $y' = 4y - 8$, puis déterminer la solution vérifiant $y(0) = 3$.
- 4) Les équations ci-dessous ne sont pas du type étudié en classe. Pour chacune, vérifier si la fonction proposée en est solution.
 - a. Équation $2y - xy' = 0$; fonction proposée : $g(x) = 3x^2$.
 - b. Équation $y' + y^2 = 0$; fonction proposée : $h(x) = \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.