

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : La vitesse moyenne du vent

6 points

Les deux documents ci-dessous concernent le même site éolien. Ils ne donnent pas la même vitesse moyenne.

Document 1 – Relevé de l'anémomètre

Sur une journée d'observation de 8 heures, la vitesse du vent, en mètres par seconde, est modélisée par

$$v(t) = -0,25t^2 + 2t + 3, \quad t \in [0; 8].$$

t (h)	0	2	4	6	8
$v(t)$ (m/s)	3	6	7	6	3

Document 2 – Note du bureau d'études

« La vitesse au début et à la fin de l'observation valant toutes deux 3 m/s, la vitesse moyenne du vent sur la journée est de 3 m/s. Ce site est donc peu venté. »

- 1) Vérifier les valeurs $v(0)$ et $v(8)$ données par le document 1.
- 2) Le document 2 est-il recevable? Répondre en une phrase, en citant une valeur du document 1 qui s'y oppose.
- 3) On admet que $F(t) = -\frac{t^3}{12} + t^2 + 3t$ est une primitive de v sur $[0; 8]$. Calculer $\int_0^8 v(t) dt$.
- 4) En déduire la vitesse moyenne réelle du vent sur la journée, arrondie à 10^{-2} près, et conclure quant à l'affirmation du document 2.

Exercice 2 : Calculs d'intégrales

8 points

Les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres.

- 1) Calculer $\int_0^3 (2x + 1) dx$, puis retrouver ce résultat par une aire de trapèze.
- 2) Calculer $\int_0^2 3x^2 dx$.
- 3) Calculer $\int_1^e \frac{1}{x} dx$.
- 4) Calculer $\int_0^{10} e^{-0,2x} dx$. On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-3} près.
- 5) Déterminer la valeur moyenne de la fonction $x \mapsto 3x^2$ sur $[0; 2]$, et interpréter ce nombre à l'aide d'un rectangle.

Exercice 3 : Vrai ou faux**6 points**

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Toute réponse doit être justifiée** : un calcul, une propriété du cours, ou un contre-exemple.

- 1) Si f est positive sur $[a ; b]$, alors $\int_a^b f(x) \, dx$ est l'aire, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$.
- 2) Une intégrale est toujours un nombre positif.
- 3) Pour toute fonction f et tous réels a, b, c : $\int_a^b f + \int_b^c f = \int_a^c f$.
- 4) La valeur moyenne d'une fonction sur $[a ; b]$ est égale à $\frac{f(a) + f(b)}{2}$.