

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : Vrai ou faux

6 points

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Toute réponse doit être justifiée** : un calcul, une propriété du cours, ou un contre-exemple.

- 1) La droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés passe toujours par le point moyen du nuage.
- 2) Si les points d'un nuage ne sont pas alignés, alors aucun ajustement affine n'est possible.
- 3) Un changement de variable permet parfois de se ramener à une relation affine entre deux nouvelles variables.
- 4) Une extrapolation est d'autant plus fiable qu'on s'éloigne des valeurs mesurées.

Exercice 2 : Le vieillissement d'une LED de signalisation

14 points

Cet exercice mobilise le chapitre « Fonction logarithme ».

Un fabricant mesure le flux lumineux y , en lumens, émis par une LED de signalisation en fonction de sa durée de fonctionnement t , exprimée en milliers d'heures.

Durée t (milliers d'heures)	0	5	10	15	20
Flux y (lumens)	100	87	76	66	57

Partie A – Pourquoi l'ajustement affine ne convient pas (4 points)

- 1) Calculer les écarts de flux entre deux mesures consécutives. Que constate-t-on ?
- 2) Calculer les quotients $\frac{y_{i+1}}{y_i}$ pour les quatre couples consécutifs, *arrondis à 10^{-3} près*. Que constate-t-on cette fois ?
- 3) En déduire pourquoi un ajustement affine de y en fonction de t ne décrirait pas correctement la situation.

Partie B – Le changement de variable (6 points)

On pose $z = \log(y)$, où $\log$ désigne le logarithme décimal.

- 4) Recopier et compléter le tableau suivant, *les valeurs de z étant arrondies à 10^{-4} près*.

t	0	5	10	15	20
$z = \log(y)$	...	...	...	...	...

- 5) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en fonction de t . *On arrondira la pente à 10^{-5} près*.
- 6) On retient le modèle $z = 2 - 0,0122t$. En déduire que $y = 100 \times 10^{-0,0122t}$.
- 7) Vérifier la qualité de ce modèle en calculant le flux prévu pour $t = 10$, puis en le comparant à la mesure.

Partie C – Exploitation (4 points)

- 8) Le fabricant garantit la LED tant que son flux reste supérieur à 70 % du flux initial. Déterminer, *par le calcul*, la durée de vie garantie, en milliers d'heures arrondie à 10^{-2} près.
- 9) *Question ouverte.* Un responsable qualité souhaite savoir au bout de combien de temps le flux aura été divisé par deux. Répondre à cette question, et expliquer pourquoi cette durée ne dépend pas du flux initial.