

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : La droite d'étalonnage

8 points

Pour doser un colorant dans un effluent industriel, on mesure l'absorbance A de solutions de concentration c connue, exprimée en milligrammes par litre. L'absorbance est une grandeur sans unité.

Concentration c (mg/L)	0	2	4	6	8	10
Absorbance A	0,00	0,17	0,33	0,51	0,67	0,84

- 1) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
- 2) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de A en fonction de c . On arrondira les coefficients à 10^{-3} près.
- 3) On retient pour la suite le modèle $A = 0,084 c$. Vérifier que ce modèle est cohérent avec la mesure faite pour $c = 6$ mg/L.
- 4) Expliquer pourquoi il est logique que la droite passe par l'origine du repère.
- 5) Un prélèvement d'effluent donne une absorbance $A = 0,45$. Déterminer sa concentration, arrondie à 10^{-2} près.
- 6) La norme de rejet impose une concentration inférieure à 5 mg/L. Le prélèvement est-il conforme?

Exercice 2 : Deux notes de service

6 points

Les deux documents ci-dessous portent sur le même dosage. Ils ne mènent pas à la même conclusion.

Document 1 – Fiche du spectrophotomètre

Domaine de validité de l'étalonnage : absorbance comprise entre 0,05 et 0,90. Au-delà de 0,90, la réponse de l'appareil n'est plus proportionnelle à la concentration.

Document 2 – Note du laboratoire

« Le prélèvement du bassin n°4 donne une absorbance de 1,30. En appliquant la droite d'étalonnage $A = 0,084 c$, nous obtenons une concentration de 15,5 mg/L. Le rejet est donc trois fois au-dessus de la norme. »

- 1) Vérifier le calcul de concentration annoncé dans le document 2.
- 2) Le document 2 est-il recevable? Répondre en une phrase, en citant la valeur du document 1 qui s'y oppose.
- 3) Que faudrait-il faire pour obtenir une mesure exploitable sur ce prélèvement? On proposera une solution concrète, en une phrase.
- 4) Peut-on tout de même affirmer que le rejet dépasse la norme de 5 mg/L? Justifier.

Exercice 3 : Chercher la meilleure droite

6 points

On reprend le nuage de l'allongement d'un ressort :

x (g)	100	200	300	400	500
y (cm)	2,0	4,1	5,9	8,1	9,9

Pour comparer deux droites candidates $y = ax + b$, on calcule la somme des carrés des écarts

$$S(a; b) = \sum_{i=1}^5 (y_i - (ax_i + b))^2.$$

La meilleure droite est celle qui rend S le plus petit possible.

```
X = [100, 200, 300, 400, 500]
Y = [2.0, 4.1, 5.9, 8.1, 9.9]
```

```
def S(a, b) :
    total = 0
    for i in range(5) :
        ecart = Y[i] - (a * X[i] + b)
        total = total + ecart ** 2
    return total
```

- 1) Que représente la variable `ecart` ? Pourquoi l'élève-t-on au carré avant de l'ajouter au total ?
- 2) Calculer « à la main » $S(0,02; 0)$ en détaillant les cinq écarts.
- 3) Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs renvoyées par le script.

$(a; b)$	$(0,02; 0)$	$(0,019; 0,3)$	$(0,021; -0,2)$	$(0,02; 0,1)$
$S(a; b)$	0,040	0,100	0,230	0,090

Parmi ces quatre droites, laquelle ajuste le mieux le nuage ? Justifier.

- 4) Écrire une fonction Python `meilleure(liste)` qui, recevant une liste de couples $(a; b)$, renvoie celui pour lequel S est minimal.
- 5) Ce procédé donne-t-il la meilleure droite possible ? Justifier en une phrase.