

Exercice 1 : QCM

6 points

- 1) **Réponse A.** Le point moyen a pour coordonnées $G(\bar{x}; \bar{y})$, c'est-à-dire la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées.
Ce n'est pas « le point le plus central » du nuage (proposition C) : G est un point *calculé*, qui n'appartient généralement pas au nuage.
- 2) **Réponse B.** Une droite d'ajustement sert à estimer des valeurs non mesurées – par interpolation entre les mesures, ou par extrapolation au-delà.
Elle ne relie pas les points (A) : elle passe « au milieu », et c'est justement pourquoi elle est utile. Elle ne supprime rien (C).
- 3) **Réponse C.** $y = 0,02 \times 350 = 7$.
La proposition D correspond à une multiplication oubliée par 0,02, les A et B à une erreur de virgule.

Exercice 2 : L'allongement d'un ressort

8 points

- 1) Le nuage est formé des cinq points (100 ; 2,0), (200 ; 4,1), (300 ; 5,9), (400 ; 8,1) et (500 ; 9,9). Ils sont sensiblement alignés, ce qui justifie un ajustement affine.
- 2) $\bar{x} = \frac{100 + 200 + 300 + 400 + 500}{5} = \frac{1\,500}{5} = 300$ et

$$\bar{y} = \frac{2,0 + 4,1 + 5,9 + 8,1 + 9,9}{5} = \frac{30,0}{5} = 6,0.$$

Donc $G(300; 6,0)$.
- 3) La droite tracée doit passer par G et laisser autant de points au-dessus qu'en dessous. En la faisant passer par les deux points extrêmes (100 ; 2,0) et (500 ; 9,9), on obtient un tracé très proche de celui de la question suivante.
- 4) Pour $x = 300$: $y = 0,02 \times 300 = 6,0$, exactement l'ordonnée de G :

la droite passe par le point moyen.

Ce n'est pas un hasard : toute droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés passe par le point moyen. C'est un contrôle rapide et sûr d'un ajustement.

- 5) $y = 0,02 \times 350 = 7,0$ cm.
Il s'agit d'une *interpolation* : 350 g est compris entre les masses mesurées, l'estimation est donc fiable.

Exercice 3 : La copie d'un élève

6 points

- 1) **Oui, le calcul est juste.** 3 kg valent bien 3 000 g, et $0,02 \times 3\,000 = 60$.

L'erreur n'est pas dans le calcul

Elle est dans l'usage qu'on fait du modèle.

- 2) Les mesures ont été faites pour des masses allant de 100 g à 500 g. La valeur 3 000 g est donc six fois plus grande que la plus grande masse mesurée : elle est très largement en dehors de l'intervalle d'étude.
On ne fait plus de l'interpolation mais de l'*extrapolation lointaine*, et rien dans les données ne garantit que la relation reste valable si loin.
- 3) Au-delà du domaine élastique, le ressort se déforme de façon permanente, puis finit par casser : l'allongement cesse d'être proportionnel à la masse, et la relation $y = 0,02x$ n'a plus cours.

La réponse de l'élève est donc fautive non pas par erreur de calcul, mais parce qu'elle applique un modèle *hors de son domaine de validité*. Un allongement de 60 cm pour un ressort étalonné sur 10 cm n'a aucune vraisemblance physique.

4) Une réponse correcte serait par exemple :

« L'ajustement $y = 0,02x$ a été établi à partir de mesures comprises entre 100 et 500 g. Une masse de 3 kg sort très largement de cet intervalle : le calcul donnerait 60 cm, mais ce résultat n'a pas de sens, car le ressort aurait quitté son domaine élastique bien avant. On ne peut pas répondre sans nouvelles mesures. »

Ce qu'il faut retenir : une extrapolation n'est jamais justifiée par les seules mathématiques — c'est la situation étudiée qui dit jusqu'où le modèle tient.