

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : La notice et le technicien

6 points

Les deux documents ci-dessous concernent la même source radioactive utilisée en contrôle non destructif. Ils ne disent pas la même chose.

Document 1 – Extrait de la notice de la source

Élément	iode 131
Demi-vie	8,02 jours
Activité à la livraison	400 MBq

La demi-vie est la durée au bout de laquelle l'activité est divisée par deux.

Document 2 – Note du technicien

« La demi-vie étant de 8 jours environ, la source aura perdu toute son activité au bout de 16 jours : deux demi-vies, donc 50 % + 50 % = 100 %. Nous pouvons donc la mettre au rebut après deux semaines. »

- 1) À l'aide du document 1, calculer l'activité de la source au bout de 8,02 jours, puis au bout de 16,04 jours.
- 2) Le raisonnement du document 2 est-il correct ? Répondre en une phrase, en citant la valeur qui le contredit.
- 3) Expliquer l'erreur de raisonnement : pourquoi ne peut-on pas additionner les pourcentages de deux demi-vies successives ?
- 4) Rédiger la note que le technicien aurait dû écrire.

Exercice 2 : Décroissance d'une source radioactive

14 points

On reprend la source du document 1. Son activité A , exprimée en mégabecquerels, t jours après la livraison, est modélisée pour $t \geq 0$ par

$$A(t) = 400 e^{-kt}, \quad k > 0.$$

Partie A – Déterminer la constante (4 points)

- 1) Justifier que $A(0) = 400$, conformément à la notice.
- 2) La demi-vie vaut 8,02 jours : traduire cette information par une équation vérifiée par k .
- 3) En déduire que $k = \frac{\ln(2)}{8,02}$, puis donner une valeur approchée de k à 10^{-5} près.

Partie B – Étude et exploitation (6 points)

Dans toute cette partie on prendra $k = 0,086\,43$.

- 4) Calculer $A'(t)$ et déterminer son signe. En déduire le sens de variation de A , et l'interpréter en une phrase.
- 5) Calculer l'activité au bout de 30 jours, arrondie à 10^{-1} près.

- 6) La source est inutilisable dès que son activité passe sous 40 MBq, soit 10 % de l'activité initiale. Déterminer, *par le calcul*, au bout de combien de jours c'est le cas. *On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.*
- 7) Quelle est la limite de $A(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$? L'activité peut-elle devenir nulle? Justifier.

Partie C – Comparer deux sources (4 points)

Cette partie mobilise le chapitre « Fonction exponentielle ».

Un fournisseur propose une seconde source, de demi-vie T jours, dont l'activité est $B(t) = 400 e^{-\frac{\ln(2)}{T} t}$.

- 8) *Question ouverte.* Démontrer que, quelle que soit la demi-vie T , l'activité tombe à 10 % de sa valeur initiale au bout de $T \times \frac{\ln(10)}{\ln(2)}$ jours. En déduire, sans nouveau calcul, la durée d'utilisation d'une source de demi-vie 30 jours. *Aucune indication n'est donnée : la démarche fait partie de l'évaluation.*