

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : QCM

6 points

Pour chacune des trois questions, une seule proposition est exacte. **Indiquer la lettre de la réponse choisie en expliquant votre choix** : une réponse sans justification ne rapporte aucun point.

1) L'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{-0,2x} < 0,1$ est :

- A. $] -\infty ; 5 \ln(10)[$ B. $] 5 \ln(10) ; +\infty[$ C. $] 0 ; 5 \ln(10)[$ D. $] -5 \ln(10) ; +\infty[$

2) La dérivée de la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ est :

- A. $\frac{\ln(x) - 1}{x^2}$ B. $\frac{1}{x^2}$ C. $\frac{1 + \ln(x)}{x^2}$ D. $\frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

3) Le nombre $\ln(e^4) - \ln(e^2)$ est égal à :

- A. e^2 B. $\ln(2)$ C. 2 D. $\ln(e^2) \times 2$

Exercice 2 : La copie d'un élève

4 points

Un élève doit résoudre l'équation $\ln(x) + \ln(x+3) = \ln(10)$. Voici sa copie.

« $\ln(x) + \ln(x+3) = \ln(x+x+3) = \ln(2x+3)$.
Donc $\ln(2x+3) = \ln(10)$, d'où $2x+3 = 10$ et $x = 3,5$.
La solution est $x = 3,5$. »

- 1) Quelle propriété l'élève a-t-il cru utiliser à la première ligne ? Est-elle exacte ?
- 2) Vérifier si $x = 3,5$ est bien solution de l'équation de départ. On donnera les deux membres arrondis à 10^{-3} près.
- 3) Résoudre correctement l'équation. On n'oubliera pas de préciser pour quelles valeurs de x elle a un sens.
- 4) Expliquer en une phrase la différence entre les deux écritures $\ln(a) + \ln(b)$ et $\ln(a+b)$.

Exercice 3 : Le niveau sonore d'un atelier

10 points

Le niveau sonore L , exprimé en décibels (dB), est lié à l'intensité acoustique I , exprimée en watts par mètre carré, par la relation

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad \text{où } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

est l'intensité de référence, correspondant au seuil d'audition.

- 1) Calculer le niveau sonore correspondant à $I = I_0$. Commenter.
- 2) Une machine seule produit une intensité $I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$. Calculer son niveau sonore.

- 3) Le règlement impose le port d'un casque au-delà de 85 dB. Déterminer l'intensité acoustique correspondant à ce seuil. *On donnera le résultat en écriture scientifique, arrondi à 10^{-1} près pour la mantisse.*
- 4) On met en marche une *seconde* machine identique à la première : l'intensité acoustique double.
 - a. Montrer que le niveau sonore augmente alors de $10 \log(2)$ décibels.
 - b. Calculer cette augmentation, *arrondie à 0,1 dB près.*
- 5) L'atelier compte finalement 10 machines identiques fonctionnant ensemble. Montrer que le niveau sonore augmente exactement de 10 dB par rapport à une seule machine, et conclure quant au port du casque.
- 6) Un responsable affirme : « *si on double le nombre de machines, on double le bruit* ». Discuter cette affirmation en vous appuyant sur les résultats précédents.