

Exercice 1 : Ce que dit le bulletin municipal

6 points

- 1) Coefficient multiplicateur entre 2021 et 2024 :

$$\frac{10\,336}{8\,500} = 1,216.$$

Cela correspond bien à une hausse de $\boxed{21,6\%}$ sur les trois ans. Le premier chiffre du bulletin est donc exact.

- 2) Trois hausses successives de 7,2 % multiplient par $1,072^3 \approx 1,2319$:

$$8\,500 \times 1,072^3 \approx \boxed{10\,471 \text{ habitants}}.$$

- 3) **Non, les deux documents ne sont pas cohérents.** Le document 1 donne 10 336 habitants en 2024, alors qu'une progression de 7,2 % par an en aurait donné 10 471 — soit $\boxed{135 \text{ habitants de trop}}$. La seconde phrase du bulletin est donc fausse, alors même que la première est juste : c'est le passage de « 21,6 % en trois ans » à « 7,2 % par an » qui ne tient pas.

- 4) Si le coefficient annuel moyen vaut a , trois années successives multiplient par $a \times a \times a = a^3$. Le coefficient global valant 1,216, on a

$$\boxed{a^3 = 1,216} \quad \text{donc} \quad a = 1,216^{\frac{1}{3}} \approx 1,067\,36.$$

Le taux d'évolution annuel moyen est donc de $\boxed{6,74\%}$ (arrondi à 0,01 %).

Vérification : $8\,500 \times 1,0674^3 \approx 10\,337$, on retrouve bien l'effectif de 2024.

- 5) Une rédaction correcte serait par exemple :

« En trois ans, notre commune a gagné 21,6 % d'habitants, ce qui correspond à une progression moyenne de 6,74 % par an. »

Pourquoi l'erreur est naturelle : on a spontanément envie de diviser 21,6 par 3. Mais les taux d'évolution $\boxed{\text{ne s'additionnent pas}}$ — ce sont les coefficients multiplicateurs qui se multiplient. Chaque année, la hausse s'applique aussi à ce qui a déjà été gagné l'année précédente, si bien que diviser le taux global surestime toujours l'évolution annuelle.

Exercice 2 : Propriétés et dérivées

8 points

- 1) On additionne les exposants au numérateur, puis on soustrait celui du dénominateur :

$$A = \frac{e^{3x} \times e^{-x}}{e^x} = \frac{e^{2x}}{e^x} = e^{2x-x} = \boxed{e^x}.$$

- 2) $(e^{kx})' = k e^{kx}$, donc $\boxed{f'(x) = 3 e^{3x}}$ et $\boxed{g'(x) = -2 e^{-2x}}$.

Ce résultat s'obtient par la dérivation d'une fonction composée, vue au chapitre précédent.

- 3) Produit de $a(x) = x$ et $b(x) = e^x$:

$$h'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x = \boxed{(x+1)e^x}.$$

- 4) Produit de $a(x) = 2x + 1$ et $b(x) = e^{-x}$, avec $a'(x) = 2$ et $b'(x) = -e^{-x}$:

$$k'(x) = 2 e^{-x} - (2x + 1) e^{-x} = e^{-x} (2 - 2x - 1) = \boxed{(1 - 2x) e^{-x}}.$$

Comme $e^{-x} > 0$, le signe de $k'(x)$ est celui de $1 - 2x$:

$$\boxed{k'(x) > 0 \text{ pour } x < \frac{1}{2}, \quad k'(x) < 0 \text{ pour } x > \frac{1}{2}}.$$

La fonction k est donc croissante sur $] -\infty ; \frac{1}{2}]$ puis décroissante sur $[\frac{1}{2} ; +\infty [$, avec un maxi-

mun en $x = \frac{1}{2}$.

Exercice 3 : QCM

6 points

1) Réponse B.

La propriété du cours est $e^x \times e^y = e^{x+y}$: les exposants s'additionnent.

Contrôle par un exemple : avec $x = 1$ et $y = 3$, $e^1 \times e^3 = e^4 \approx 54,6$. La proposition **A** donnerait $e^3 \approx 20,1$, la **D** donnerait $e + e^3 \approx 22,8$: aucune ne convient.

Attention au choix de l'exemple : avec $x = y = 2$, $x + y$ et xy valent tous deux 4, et **A** semblerait juste. Un bon contre-exemple doit séparer les deux écritures.

2) Réponse C.

Deux hausses successives multiplient les coefficients : $1,05 \times 1,05 = 1,05^2 = 1,1025$, soit une hausse de 10,25 %.

La proposition **A** correspond à l'erreur qui consiste à additionner les taux — la même que celle du bulletin municipal de l'exercice 1.

3) Réponse B.

$(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$. Or $e^{-2x} > 0$ pour tout x , donc la dérivée est strictement négative : la fonction est strictement décroissante.

La proposition **D** confond la fonction et sa dérivée : c'est la dérivée qui est négative, la fonction, elle, est strictement positive — comme toute exponentielle.