

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1

8 points

Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

- 1) Une suite arithmétique u vérifie $u(0) = 2$ et $u(12) = 38$. Déterminer sa raison, puis exprimer $u(n)$ en fonction de n .
- 2) Calculer $\sum_{k=1}^{50} k = 1 + 2 + \dots + 50$.
- 3) Pour cette question, indiquer la lettre de la réponse exacte en expliquant votre choix.
Une suite géométrique w de raison q vérifie $w(0) = 5$ et $w(4) = 405$. La raison q vaut :
a) 3 b) 81 c) 20,25 d) 9
- 4) Une population de 15 000 habitants diminue de 2 % par an. Exprimer en fonction de n le nombre d'habitants au bout de n années, puis calculer ce nombre au bout de 10 ans, arrondi à l'unité.

Exercice 2 : Un plan d'épargne

8 points

Un technicien ouvre un plan d'épargne rémunéré à 2,5 % par an. Il y verse 1 500 € à la fin de chaque année, pendant 10 ans. Chaque versement est ensuite rémunéré à 2,5 % par an jusqu'à la fin du plan.

On note c_k la valeur acquise, au bout des 10 ans, par le versement effectué à la fin de la k -ième année.

- 1) Le versement de la fin de la 10^e année ne travaille pas : il vaut $c_{10} = 1\,500$ €. Justifier que le versement de la fin de la 9^e année vaut $c_9 = 1\,500 \times 1,025$ €, puis calculer c_8 , arrondi au centime.
- 2) Exprimer c_k en fonction de k .
- 3) En déduire que la valeur acquise totale $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{10}$ est la somme des termes d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme, la raison et le nombre de termes.
- 4) Calculer C , arrondi au centime.
- 5) Quel est le montant total versé par le technicien ? En déduire l'intérêt rapporté par le plan, puis la part que cet intérêt représente dans le total versé, en pourcentage arrondi au dixième.
- 6) Le technicien aurait pu verser 15 000 € en une seule fois à l'ouverture du plan, au même taux. Calculer ce qu'il aurait obtenu au bout de 10 ans, arrondi au centime, et commenter l'écart.

Exercice 3 : Où est l'erreur ?**4 points**

Un élève doit calculer la somme $S = \sum_{n=3}^{20} u(n)$, où u est la suite arithmétique de premier terme $u(0) = 4$ et de raison 5.

Voici sa copie :

On a $u(n) = 4 + 5n$.

Le premier terme de la somme est $u(3) = 19$ et le dernier est $u(20) = 104$.

La somme comporte $20 - 3 = 17$ termes.

Donc $S = 17 \times \frac{19 + 104}{2} = 17 \times 61,5 = 1\,045,5$.

- 1)** Vérifier que $u(n) = 4 + 5n$, et que $u(3)$ et $u(20)$ ont bien les valeurs annoncées.
- 2)** L'élève trouve une somme de termes entiers qui n'est pas un entier. Sans reprendre le calcul, expliquer pourquoi ce seul constat suffit à affirmer qu'il s'est trompé.
- 3)** Identifier l'erreur commise, et l'expliquer en une phrase.
- 4)** Rédiger le calcul correct de S .