

## Exercice 1 : Reconnaître et exprimer

8 points

### Partie A

- 1) **Vraie.** Pour trois termes consécutifs d'une suite géométrique, le quotient d'un terme par le précédent est constant. Ici  $\frac{15}{5} = 3$  et  $\frac{45}{15} = 3$  : le quotient vaut 3 dans les deux cas. Les trois nombres sont bien consécutifs dans une suite géométrique de raison  $\boxed{3}$ .
- 2) **Vraie.** Pour une suite arithmétique, c'est la *différence* entre deux termes consécutifs qui est constante :  $15 - 5 = 10$  et  $25 - 15 = 10$ . Les nombres 5, 15, 25 sont donc consécutifs dans une suite arithmétique de raison  $\boxed{10}$ .  
À rapprocher de l'affirmation 1 : les mêmes deux premiers nombres 5 et 15 donnent 45 si l'on poursuit géométriquement, et 25 si l'on poursuit arithmétiquement. C'est le troisième terme qui tranche entre les deux modèles.
- 3) **Fausse.** La moyenne géométrique de deux nombres positifs  $a$  et  $b$  est  $\sqrt{ab}$ , et non leur demi-somme. Ici  $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = \boxed{10}$ . Le nombre 14,5 est la moyenne *arithmétique*  $\frac{4 + 25}{2}$ .
- 4) **Fausse.** Augmenter de 6% chaque année, c'est multiplier chaque année par le même coefficient 1,06 : la suite des valeurs est *géométrique*, ce que le langage courant appelle une *croissance exponentielle*. Une croissance linéaire ajouterait chaque année la même quantité, et correspondrait à une suite arithmétique.

### Partie B

- 5) On ajoute la raison à chaque étape :  $u(1) = 7 - 3 = \boxed{4}$ ,  $u(2) = 4 - 3 = \boxed{1}$ ,  $u(3) = 1 - 3 = \boxed{-2}$ .
- 6) Une suite arithmétique de premier terme  $u(0)$  et de raison  $r$  vérifie  $u(n) = u(0) + nr$ , donc

$$u(n) = 7 - 3n \quad \text{et} \quad u(20) = 7 - 3 \times 20 = 7 - 60 = \boxed{-53}.$$

- 7) Une suite géométrique de premier terme  $v(0)$  et de raison  $q$  vérifie  $v(n) = v(0) \times q^n$ , donc

$$v(n) = 800 \times 1,5^n \quad \text{et} \quad v(3) = 800 \times 1,5^3 = 800 \times 3,375 = \boxed{2\,700}.$$

- 8) Moyenne arithmétique de 12 et 30 :  $\frac{12 + 30}{2} = \boxed{21}$ .

Moyenne géométrique de 9 et 16 :  $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = \boxed{12}$ .

On notera que ce n'est pas la demi-somme, qui vaudrait 12,5 : les deux moyennes sont proches ici, mais elles ne coïncident jamais sauf si les deux nombres sont égaux.

## Exercice 2 : Deux sommes

6 points

- 1) a. Les indices vont de 0 à 20 : la somme comporte  $20 - 0 + 1 = \boxed{21 \text{ termes}}$ . C'est l'erreur la plus fréquente – on compte 20 termes en oubliant le rang 0.  
b. La somme des termes d'une suite arithmétique vaut

$$S = \text{nombre de termes} \times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2} = 21 \times \frac{7 + (-53)}{2} = 21 \times (-23) = \boxed{-483}.$$

- 2) La somme des termes d'une suite géométrique de raison  $q \neq 1$  vaut

$$T = \text{premier} \times \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q} = 800 \times \frac{1 - 1,5^6}{1 - 1,5} = 800 \times \frac{1 - 11,390\,625}{-0,5} = \boxed{16\,625}.$$

- 3) La production du  $n$ -ième jour est  $u(n) = 7 - 3n$  (avec  $n = 0$  pour le premier jour). Résoudre  $7 - 3n = 0$  donne  $n = \frac{7}{3}$ , qui n'est pas un entier : la production prévue *ne s'annule jamais*.  
En revanche  $u(2) = 1$  et  $u(3) = -2$  : dès le quatrième jour, le modèle prévoit une production

*négligée*. Or une production ne peut pas être négative : le modèle cesse d'être pertinent au-delà du troisième jour. Un modèle arithmétique décroissant finit toujours par sortir du domaine où il a un sens – c'est à l'utilisateur de fixer cette limite, la formule ne le fait pas.

### Exercice 3 : La somme des carrés en Python

6 points

- 1) La boucle parcourt  $k = 1, 2$ , puis 3 (l'instruction `range(1, n+1)` s'arrête *avant*  $n + 1$ ). On ajoute successivement  $1^2, 2^2$  et  $3^2$  :

$$1 + 4 + 9 = \boxed{14}.$$

- 2) L'**accumulateur** est la variable  $s$  : elle conserve le total partiel et se met à jour à chaque passage. Le **compteur** est la variable  $k$  : elle prend successivement toutes les valeurs de 1 à  $n$  et correspond à l'indice sous le symbole  $\Sigma$ . L'**initialisation** est la ligne  $s = 0$  : la somme vide vaut 0, de même que le symbole  $\Sigma$  part d'un total nul.

La **sortie de boucle** est provoquée par l'épuisement de `range(1, n+1)` : dès que  $k$  a pris la valeur  $n$ , il n'y a plus de valeur à parcourir. C'est la borne supérieure du  $\Sigma$  qui joue ce rôle.

- 3) Il suffit de remplacer le carré par le cube :

```
def somme_cubes(n) :
    s = 0
    for k in range(1, n + 1) :
        s = s + k * k * k
    return s
```

- 4) Pour  $n = 3$  :  $\frac{3 \times 4 \times 7}{6} = \frac{84}{6} = 14$ , ce qui correspond bien au résultat de la question 1.

$$\text{Pour } n = 10 : \sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = \frac{2310}{6} = \boxed{385}.$$

- 5) **Non**. Les termes successifs sont 1, 4, 9, 16, 25... et leurs différences valent 3, 5, 7, 9... : elles ne sont pas constantes, donc la suite des carrés n'est pas arithmétique. Elle n'est pas non plus géométrique, puisque les quotients  $\frac{4}{1} = 4$  et  $\frac{9}{4} = 2,25$  diffèrent. La notation  $\Sigma$  sert à écrire toutes les sommes, pas seulement celles des suites arithmétiques ou géométriques ; c'est seulement pour ces deux familles qu'on dispose d'une formule directe.