

Calculatrice autorisée (mode examen)

Exercice 1 : Reconnaître et exprimer

8 points

Partie A – vrai ou faux. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant.

- 1) **Affirmation 1 :** les nombres 5, 15 et 45 sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.
- 2) **Affirmation 2 :** les nombres 5, 15 et 25 sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.
- 3) **Affirmation 3 :** la moyenne géométrique de 4 et 25 est égale à 14,5.
- 4) **Affirmation 4 :** une grandeur qui augmente de 6 % chaque année relève d'une croissance linéaire.

Partie B. La suite u est arithmétique de premier terme $u(0) = 7$ et de raison -3 . La suite v est géométrique de premier terme $v(0) = 800$ et de raison 1,5.

- 5) Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
- 6) Exprimer $u(n)$ en fonction de n , puis calculer $u(20)$.
- 7) Exprimer $v(n)$ en fonction de n , puis calculer $v(3)$.
- 8) Déterminer la moyenne arithmétique de 12 et 30, puis la moyenne géométrique de 9 et 16.

Exercice 2 : Deux sommes

6 points

On rappelle que u est la suite arithmétique définie par $u(n) = 7 - 3n$, et v la suite géométrique définie par $v(n) = 800 \times 1,5^n$. On donne $u(20) = -53$.

- 1) On note $S = u(0) + u(1) + \dots + u(20)$, c'est-à-dire $S = \sum_{n=0}^{20} u(n)$.
 - a. Combien de termes cette somme comporte-t-elle ?
 - b. Calculer S à l'aide de la formule donnant la somme des termes d'une suite arithmétique.
- 2) On note $T = \sum_{n=0}^5 v(n)$. Calculer T .
- 3) Un atelier produit 7 pièces le premier jour, puis 3 pièces de moins chaque jour suivant. La production quotidienne prévue par ce modèle s'annule-t-elle ? À partir de quel jour le modèle cesse-t-il d'avoir un sens ? Justifier.

Exercice 3 : La somme des carrés en Python**6 points**

On souhaite calculer $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$.

```
def somme_carres(n) :  
    s = 0  
    for k in range(1, n + 1) :  
        s = s + k * k  
    return s
```

- 1) Que renvoie `somme_carres(3)` ? Détailler le calcul.
- 2) Dans ce programme, identifier la variable qui joue le rôle d'**accumulateur** et celle qui joue le rôle de **compteur**. Quelle ligne réalise l'**initialisation** ? Qu'est-ce qui provoque la **sortie de boucle** ?
- 3) Recopier et modifier ce programme pour qu'il calcule la somme des n premiers **cubes**.
- 4) On admet que $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Vérifier cette formule pour $n = 3$, puis l'utiliser pour calculer $\sum_{k=1}^{10} k^2$.
- 5) Cette somme est-elle la somme des termes d'une suite arithmétique ? Justifier.