

Partie A : Automatismes (QCM)

6 points

- 1) Réponse a. $\frac{60}{250} = 0,24 = \boxed{24\%}$.
- 2) Réponse c. Chaque jeton ayant la même probabilité d'être tiré : $\frac{6}{40} = \boxed{0,15}$.
- 3) Réponse b. « Parmi les internes » restreint l'ensemble de référence : c'est une fréquence conditionnelle.
- 4) Réponse b. $E = 0 \times 0,8 + 10 \times 0,2 = \boxed{2}$.
- 5) Réponse d. L'espérance est linéaire : $E(3Y + 2) = 3E(Y) + 2 = 3 \times 4 + 2 = \boxed{14}$.
- 6) Réponse b. Retirer 40 %, c'est conserver 60 % : le coefficient est $\boxed{0,6}$.

Partie B : Exercice 1 – Les abonnés d'un réseau de bus

5 points

- 1) Les usagers de 25 ans et plus sont $400 - 160 = 240$. On complète ensuite chaque ligne par différence.

	Abonné	Non abonné	Total
Moins de 25 ans	120	40	160
25 ans et plus	120	120	240
Total	240	160	400

- 2) $\frac{240}{400} = 0,6 = \boxed{60\%}$ des usagers sont abonnés.
- 3) Parmi les moins de 25 ans : $\frac{120}{160} = \boxed{75\%}$. Parmi les 25 ans et plus : $\frac{120}{240} = \boxed{50\%}$.
- 4) L'écart est net : trois usagers jeunes sur quatre sont abonnés, contre un sur deux chez les plus de 25 ans. L'âge et la possession d'un abonnement apparaissent donc liés dans cette enquête. On peut l'interpréter : les jeunes utilisent le bus plus régulièrement, et bénéficient souvent de tarifs réduits.
- 5) $\frac{120}{240} = \boxed{50\%}$.
Ce calcul compte les mêmes 120 usagers que celui de la question 3, mais ne les rapporte pas au même ensemble : on divise ici par les 240 abonnés, et non par les 160 jeunes. La question posée change – « quelle part des abonnés est jeune ? » au lieu de « quelle part des jeunes est abonnée ? » – et rien n'impose que les deux réponses coïncident.

Partie B : Exercice 2 – Le même réseau, en probabilités

4 points

- 1) Chaque usager ayant la même probabilité d'être choisi, une probabilité est un effectif divisé par 400 :

$$P(J) = \frac{160}{400} = \boxed{0,4}, \quad P(A) = \frac{240}{400} = \boxed{0,6}, \quad P(J \cap A) = \frac{120}{400} = \boxed{0,3}.$$

- 2) L'événement $\bar{J} \cap \bar{A}$ regroupe les usagers de 25 ans et plus et non abonnés, soit la case 120 du tableau :

$$P(\bar{J} \cap \bar{A}) = \frac{120}{400} = \boxed{0,3}.$$

Autrement dit, 30 % des usagers ont au moins 25 ans et voyagent sans abonnement.

- 3) On restreint l'ensemble aux moins de 25 ans : $P_J(A) = \frac{120}{160} = \boxed{0,75}$.

Puis aux 160 usagers *non* abonnés : $P_{\bar{A}}(J) = \frac{40}{160} = \boxed{0,25}$. Parmi ceux qui n'ont pas d'abonnement, un sur quatre a moins de 25 ans.

- 4) $P_J(A) = 0,75$ alors que $P(A) = 0,6$. Savoir qu'un usager a moins de 25 ans fait donc passer la probabilité qu'il soit abonné de 60 % à 75 % : elle augmente nettement. L'exercice 1 le confirmait déjà en fréquences, avec 50 % d'abonnés chez les 25 ans et plus.

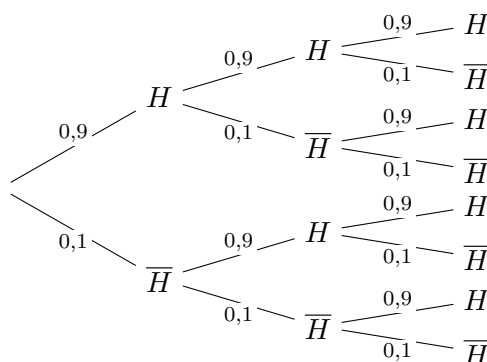
Les deux caractères semblent donc **liés**. On retrouve, en langage probabiliste, exactement ce que les fréquences de l'exercice 1 montraient : ce sont les mêmes nombres, lus sur la même population.

Partie B : Exercice 3 – Livraisons

5 points

On note H l'événement « le colis arrive à l'heure », de probabilité 0,9, et $\bar{H}$ son contraire, de probabilité 0,1.

1)



- 2) Un seul chemin donne trois colis à l'heure, un seul en donne zéro :

$$P(X = 3) = 0,9^3 = \boxed{0,729}, \quad P(X = 0) = 0,1^3 = \boxed{0,001}.$$

- 3) Trois chemins donnent exactement deux colis à l'heure, selon le rang du colis en retard, et chacun a pour probabilité $0,9 \times 0,9 \times 0,1 = 0,081$. D'où

$$P(X = 2) = 3 \times 0,081 = \boxed{0,243}.$$

La somme des probabilités d'une loi vaut 1, donc

$$P(X = 1) = 1 - (0,001 + 0,243 + 0,729) = 1 - 0,973 = \boxed{0,027}.$$

4)

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,001	0,027	0,243	0,729

$$E(X) = 0 \times 0,001 + 1 \times 0,027 + 2 \times 0,243 + 3 \times 0,729 = 0,027 + 0,486 + 2,187 = \boxed{2,7}.$$

Sur un grand nombre de commandes de trois colis, 2,7 colis en moyenne arrivent à l'heure. On retrouve $3 \times 0,9$.

- 5) a. Si X colis arrivent à l'heure, alors $3 - X$ sont en retard. Le livreur perçoit 2 € par colis à l'heure et perd 5 € par colis en retard :

$$G = 2X - 5(3 - X) = 2X - 15 + 5X = \boxed{7X - 15}.$$

- b. Par linéarité de l'espérance : $E(G) = 7E(X) - 15 = 7 \times 2,7 - 15 = 18,9 - 15 = \boxed{3,9}$.

Le livreur perçoit en moyenne 3,90 € pour trois colis. Le montant reste modeste parce qu'un seul retard coûte 5 €, soit davantage que ce que rapportent deux colis à l'heure.