

Calculatrice interdite

Partie A : Automatismes (QCM)

6 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée; une réponse fausse ou absente ne retire pas de point.

1) La mesure 225° vaut, en radians :

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{4\pi}{5}$

c) $\frac{5\pi}{4}$

d) $\frac{7\pi}{4}$

2) La valeur exacte de $\cos \frac{2\pi}{3}$ est :

a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) Pour $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vaut :

a) 11

b) -11

c) 6

d) 1

4) Le module du nombre complexe $5 - 12i$ est :

a) 17

b) 13

c) 169

d) $\sqrt{17}$

5) Le conjugué du nombre complexe $4 - 3i$ est :

a) $4 + 3i$

b) $-4 + 3i$

c) $-4 - 3i$

d) $3 - 4i$

6) Le nombre $(2 + i)(2 - i)$ est égal à :

a) 3

b) 5

c) 4

d) $4 + i$

Partie B : Exercice 1 — La marée dans un port

5 points

La hauteur d'eau dans un port, en mètres, est modélisée en fonction du temps t (en heures, à partir de minuit) par

$$h(t) = 3 + 2 \cos \left(\frac{\pi t}{6} \right), \quad t \in [0; 12].$$

1) Donner l'amplitude de cette fonction, puis calculer sa période à l'aide de la formule $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

2) Calculer les valeurs exactes de $h(0)$, $h(3)$ et $h(6)$.

3) Entre quelles valeurs la hauteur d'eau varie-t-elle ? À quels instants est-elle maximale, puis minimale ?

4) Résoudre l'équation $h(t) = 4$ sur $[0; 12]$.

5) Un navire ne peut entrer dans le port que si la hauteur d'eau dépasse 4 mètres. Pendant combien de temps, au cours de cet intervalle, l'entrée est-elle possible ?

Partie B : Exercice 2 – Angles d'un triangle

4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(1; -2)$, $B(5; 1)$ et $C(2; 3)$.

- 1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 2) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 3) Calculer les valeurs exactes des longueurs AB et AC .
- 4) En déduire la valeur exacte de $\cos \widehat{BAC}$. L'angle $\widehat{BAC}$ est-il aigu ou obtus ? Justifier sans calculer sa mesure.
- 5) Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier.

Partie B : Exercice 3 – Dans le plan complexe

5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On considère les points A , B et C d'affixes

$$z_A = 2 + i, \quad z_B = 5 + 2i, \quad z_C = 1 + 4i.$$

- 1) Placer les points A , B et C dans le repère ci-dessous.
- 2) Déterminer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis calculer les longueurs AB et AC (valeurs exactes).
- 3) On admet que les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans le repère sont la partie réelle et la partie imaginaire de leur affixe. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis en déduire la nature exacte du triangle ABC .
- 4) Déterminer l'affixe du milieu I de $[BC]$, et placer I .
- 5) Déterminer le module et un argument de $z = -3 + 3i\sqrt{3}$, puis écrire z sous forme trigonométrique.

